МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ИГРОВЫЕ АСПЕКТЫ В СТАТИСТИЧЕСКИХ КОНЦЕПЦИЯХ

В.М. Резников

В философии науки считается вполне обоснованным утверждение о невозможности построения достаточно универсальных законов и теорий, адекватных для приложений. Так Н. Картрайт полагает, что универсальные законы в физике неадекватны для приложений потому, что вычисления на основе этих законов применительно к конкретной ситуации будут неточными. Поэтому в физике для анализа конкретных ситуаций адекватны феноменологические законы и полуэмпирические теории. Универсальные законы выполняют иные функции, связанные с упорядочением знания. Идея о невозможности универсальной теории, адекватной для приложений, также справедлива по отношению к вероятностным и статистическим теориям. Невозможность создания универсальной теории, учитывающей особенности конкретных интерпретаций понятия вероятности, привела к созданию множества значимых вероятностных интерпретаций.

В настоящее время существует весьма внушительное количество вероятностных теорий. Наиболее известны колмогоровская теория вероятностей, вероятностные теории Р. Мизеса, Г. Рейхенбаха, В. де Финетти и К. Поппера. Теория вероятностей А.Н. Колмогорова является аксиоматической. Эта теория считается универсальной, так как аксиомы нейтральны по отношению к вероятностным интерпретациям. Все остальные упомянутые теории представляют собой интерпретации. Теория Колмогорова является самой популярной вероятностной теорией у работающих математиков.

Образно говоря, недостатки теорий продолжения их достоинств. Эта метафора отражает отношение специалистов в области конкретных вероятностных интерпретаций к универсальной колмогоровской математике. Обычно представители вероятностных интерпретаций критикуют основания колмогоровской теории, так как она не учитывает особенности интерпретаций.

Другое направление критики связано с тем, что исходным понятием концепции Колмогорова является понятие безусловной вероятности. Наиболее известные критики первичности безусловной вероятности – А. Реньи и А. Хайек [1]. Аксиоматика Колмогорова относится к безусловным вероятностям, а условная вероятность является производным понятием. В подавляющем большинстве приложений известен набор условных вероятностей, а безусловные, если они представляют интерес, вычисляются на основе условных. До настоящего времени не существует вероятностной теории, построенной на основе условных вероятностей и сопоставимой с теорией Колмогорова по эффективности аналитического аппарата.

Как правило, с точки зрения эффективности приложений математические теории находятся вне критики. Но по отношению к вероятностным теориям, и в частности по отношению к теории Колмогорова, критика адекватности приложений вполне уместна. Во-первых, Колмогоров решил знаменитую проблему Гильберта, состоящую в создании аксиоматической вероятностной математики. Поэтому его аксиоматика получила всемирное признание. Свою аксиоматическую теорию вероятностей Колмогоров впервые опубликовал, в книге «Основные понятия теории вероятностей» [2]. Содержание книги выходит за рамки чисто математической теории. Наряду с аксиоматикой понятия вероятности Колмогоров описывает свое отношение к условиям проведения эксперимента, обеспечивающим корректное определение опытной вероятности. Кроме того, он описал аксиомы, формализующие экспериментальное определение вероятности. Эта книга переведена на многие языки и неоднократно переиздавалась. Поэтому невозможно переоценить влияние колмогоровской математики на проблему корректного применения математики.

Во-вторых, в состав любой вероятностной теории входят так называемые фундаментальные теоремы – теоремы закона больших чисел и центральная предельная теорема. Считается, что эти теоремы устанавливают связь между теоретической вероятностью и эмпирическими частотами. Методологи прикладной математики критикуют неадекватность фундаментальных теорем теории вероятностей корректным приложениям. Детальная критика неадекватности дана в работах Ю.И. Алимова, А.И. Орлова и автора настоящей статьи [3]. Поэтому здесь я не буду останавливаться на этой проблеме. Имеет смысл кратко отметить, во-первых, что теоремы предназначены не для поиска новых закономерностей, а для верификации априори известных теоретических величин и, во-вторых, что верификация не имеет конструктивного характера.

Если прикладная значимость фундаментальных теорем является по крайней мере сомнительной, то их математическая значимость – несомненной начиная с первой теоремы закона больших чисел, доказанной Бернулли. Математики до сих пор пытаются доказать фундаментальные теоремы при менее ограничительных условиях. Аксиоматика Колмогорова построена на основе теории меры. Теория меры – это абстрактная теория, представляющая интерес исключительно для специалистов в области теории вероятностей.

До последнего времени не были известны доказательства фундаментальных теорем на нетеоретико-мерной основе более общего характера, чем в случае использования теоретико-мерной математики. В колмогоровской математике фундаментальные теоремы верны, за исключением множества меры нуль. В новой вероятностной концепции все доказательства этих теорем являются конструктивными, и доказательства верны также для множеств меры нуль. Теория, обладающая несовместимыми достоинствами, а именно, предлагающая доказательства фундаментальных теорем, свободные от ограничений колмогоровской теории и одновременно конструктивные, а потому адекватные для приложений, заслуживает философского и методологического анализа.

Речь идет о новой игровой вероятностной концепции, возникшей благодаря сотрудничеству Г. Шафера и В. Вовка [4]. Шафер известен благодаря целому ряду достижений. Прежде всего, он вместе с А. Демпстером является создателем известной субъективистской вероятностной концепции, используемой как философами-аналитиками, так и в практике научных исследований. Вовк – представитель колмогоровской вероятностной школы, доказавший ряд фундаментальных теорем на основе игрового подхода.

Все известные вероятностные концепции являются синтетическими дисциплинами. Новая концепция тоже синтетическая, она построена на основе синтеза теории игр и теории деревьев – раздела теории графов.

Успех новой игровой вероятностной теории связан не с концепцией игры как таковой, а с некоторыми принципами используемых игровых схем и особенностями математического аппарата, лежащего в основе этой игры. Игра как таковая не может объяснить успех теории, так как для построения вероятностной теории использовалась игра с нулевой суммой. Это простая игра двух коалиций. Если одна коалиция побеждает, то другая проигрывает. Все игры так или иначе связаны с предсказанием результата игры. В простейшем случае, например при бросании монеты, одна коалиция предсказывает результат бросания монеты, а другая определяет этот результат. В более сложных случаях осуществляются предсказание изменения курса валюты, прогноз погоды и т.д.

Концепция основана на трех принципах: принципе открытости, принципе хеджирования и принципе невозможности системы игры. Открытость проявляется в нескольких отношениях. Во-первых, коалиции сразу информируют друг друга о сделанных ходах. Во-вторых, на разных этапах игры функции какой-либо коалиции могут быть распределены между произвольным числом игроков.

Принцип динамического хеджирования означает редукцию сложной игры к комбинации простых игр. По отношению к цене игры редукция предполагает определение цены сложной игры на основе использования цен простых игр. Пальма первенства в открытии этого принципа принадлежит основателям теории вероятностей В. Паскалю и П. Ферма. Вторичное открытие принципа связано с развитием финансовых инструментов, прежде всего финансовых дерривативов (отсюда и его название), и относится к 80-м годам XX столетия.

Принцип невозможности системы игры впервые был предложен А. Курно, но наибольшую известность получил благодаря использованию в частотной теории Мизеса. Независимо от мизесовского подхода этот принцип широко используется в финансовой сфере, где он носит название принципа эффективного маркетинга. Принцип не является частью математики, он обеспечивает корректное применение математики в экономике. Он определяет маловероятные события как экономически невозможные. Например, к экономически маловероятным событиям относится достижение большого успеха в финансовой игре при минимальной степени риска в его достижении.

В самом простом случае при игре двух коалиций каждая коалиция состоит из одного игрока. Например, первый игрок предсказывает погоду в некотором регионе, при этом он делает ставки на разные возможные погодные сценарии, а второй игрок определяет, какова на самом деле погода в регионе. Чем точнее было сделано предсказание и чем больше ставка на верный прогноз, тем больше выигрыш.

В концепции Шафера и Вовка первого игрока обобщенно называют скептиком. При объяснении имени «скептик» авторы апеллировали к проверке вероятностных теорий. Данное название не является адекватным для философски ориентированного читателя. Во-первых, формальная проверка вероятностных гипотез нейтральна по отношению к философским предпочтениям. Во-вторых, скептик обычно не способен разрешить сомнения, так как для него противоположные аргументы одинаково доказательны. В данном случае правила игры позволяют разрешить сомнения прагматическими средствами. По моему мнению, точнее считать, что первый игрок – это исследователь-практик, подвергающий испытанию научный, финансовый или иной теоретический инструментарий. Соответственно, первый игрок может быть ученым-физиком или специалистом в области метеорологии, или аналитиком в области финансов.

Второго игрока называют миром. Функции мира многообразны. Во-первых, в ходе многократно проводимой серии игр он выбирает одну игру из всего множества возможных игр и предлагает сыграть в эту игру скептику. Во-вторых, он в конце игры определяет то, что в действительности произошло. Эти два шага являются обязательными. В некоторых играх мир информирует скептика о результате наиболее вероятного исхода игры. Если скептик принимает предложенную игру, то он делает ставку, руководствуясь как рекомендациями мира, так и собственными представлениями о наиболее вероятном результате.

У Шафера и Вовка первая коалиция состоит только из скептика. Функции мира распределены между несколькими игроками. Например, вторую группу может представлять трио игроков: экспериментатор, прорицатель и реальность. Экспериментатор определяет вид игры. Прорицатель, а по сути он теоретик, устанавливает денежные ставки. Реальность определяет то, что произошло. В разных играх мир представлен разными группами игроков. Например, в случае ежедневного прогнозирования погоды экспериментатор оказывается ненужным.

Все многообразие вероятностных игр может быть задано путем вариации протокола игры и правил для определения ее победителя. Протокол игры определяет пространство возможных ходов и цену игры для каждого возможного хода. Полные последовательности ходов, доступные миру, составляют выборочное пространство игры. Формально полные последовательности описываются с помощью деревьев.

Введем необходимые определения. Любая реальнозначная функция, заданная на полной последовательности ходов, называется переменной. Элементы выборочного пространства называются путями. Ходы, выбираемые миром, зависят от его предыдущих ходов и не обязательно – от предыдущих ходов скептика. Каждый ход скептика определяется текущей стоимостью хода игры и будущими возможными выигрышами. Эти выигрыши зависят от будущих ходов реальности, а также от того, насколько удачно выполнит скептик взятые на себя финансовые обязательства. Обязательства заключаются в продаже или покупке финансовых инструментов в будущем. С прагматических позиций стратегия скептика корректна, если скептик станет богатым, в частном случае – неограниченно богатым, или если усредненная сумма всех исходов будет стремиться к нулю. Исследуемая игра не зависит от первоначального капитала, так как скептику разрешено занимать деньги, но сумма, которую он имеет право занять, ограниченна.

Введем необходимые обозначения. Пусть P – это стратегия скептика; $K^{P(t)}$ – это накопления скептика в ситуации t, если он следует принятой стратегии P; $K^{P(\psi)}$ – это накопленный капитал к концу игры. В каждый момент времени скептик совершает акт купли или продажи.

Затраты с помощью средств α являются разумными, если

$$K^{P(\psi)} \geq x(\psi) - \alpha \qquad (1)$$

для каждого пути ψ в пространстве Ω. Аналогично продажа финансового инструментария стоимостью α является разумной, если

$$K^{P(\psi)} \geq \alpha - \xi(\psi) \qquad (2)$$

для каждого пути ψ в пространстве Ω.

Игра является разумной для скептика, если выполняются условия (1) и (2) на каждом шаге игры. Для того чтобы разумная игра стала оптимальной необходимо принимать во внимание максимально (минимально) возможную стоимость продажи (покупки) на каждом шаге игры. Для каждой переменной x устанавливается ее максимальная (минимальная) стоимость. Максимальная и минимальная стоимости переменной x обозначаются соответственно следующим образом: $S(x)$ и $L(x)$.

$S(x)$ равно наименьшему значению α, при котором выполняется условие $K^P \geq x - \alpha$.

$L(x)$ равно наибольшему значению α, при котором выполняется условие $K^P \geq \alpha - x$.

Философские основания вероятностной игровой концепции оказываются минимальны по сравнению с основаниями стандартной вероятностной концепции. Понятие вероятности не является основным. Базовыми понятиями служат понятия наибольшей вероятности и наименьшей вероятности. Наибольшая и наименьшая вероятности определяются посредством соответственно наибольшей и наименьшей цены игры. Для описания экстремальных вероятностей события используется понятие индикаторной переменной. Индикаторная переменная I_E события E определяется следующим образом:

$$I_E(\psi) = \{1, \text{если } \psi \in E; 0, \text{если } \psi \notin E\}.$$

Наибольшая вероятность $P(E)$ события E определяется следующим образом:

$$P(E) = S(I_E).$$

Аналогично наименьшая вероятность $p(E)$ события E определяется так:

$$p(E) = L(I_E).$$

Понятие вероятности точно определяется в случае совпадения наибольшей и наименьшей вероятностей. В этом случае вероятность совпадает с общим значением экстремальных вероятностей.

После краткого описания правил, принципов и основных понятий игры перейдем к описанию ее аналитического аппарата.

В наибольшей степени успех новой теории объясняется используемыми аналитическими вероятностными средствами для описания игры. Формализация игры осуществляется с помощью мартингалов. Мартингалы не используются в стандартной вероятностной теории. Они мало известны за пределами достаточно узкого круга специалистов в области теории вероятностей и физиков-теоретиков. Интерес физиков к мартингалам объясняется тем, что они являются составной частью аналитического аппарата марковских цепей. Марковские цепи популярны у физиков, так как на их основе удалось обосновать близость двух на первый взгляд никак не связанных теорий. Первая – это хорошо известная как биологам, так и физикам теория броуновского движения, и вторая – это теория потенциала. Результаты названных теорий находятся во взаимно однозначном соответствии, доказательство на основе марковских цепей любой теоремы в одной теории преобразуется в доказательство теоремы в другой теории. Так как, с одной стороны, мартингалы мало известны, а с другой стороны, они неодинаково определяются в стандартной и игровой концепциях, необходимо остановиться на анализе понятия «мартингал».

Известны были два различных значения термина «мартингал», до того как он был введен в теорию вероятностей. В первом значении «мартингал» – это элемент лошадиной упряжи (ремень, который идет от переносья лошади к передним ногам и не позволяет ей высоко задирать голову). Второе значение термина связано с азартными играми. В этом значении термин впервые зафиксирован в 1762 г. в словаре Французской академии. Термин характеризует игровую систему, в которой игрок удваивает свою ставку до тех пор, пока она не выиграет. С формальных позиций игра является корректной. Выигрыш игрока в n-ой игре, при условии что до этого он проиграл все игры, составляет величину первоначальной ставки. С прагматических позиций для игрока, обладающего ограниченными ресурсами, игра не является адекватной. В такой игре высока степень риска, что игрок не успеет выиграть до того, как проиграет все наличные средства. Мартингалы первоначально представляли грубую систему игры.

Сейчас термин «мартингал» никак не связан с рискованными системами игры. Например, в теории вероятностей мартингалы используют для описания нерискованных, так называемых безобидных игр. Игра является безобидной, если ожидаемый выигрыш в любой момент $n + 1$ равен выигрышу S_n накопленному к моменту n.

В настоящее время существует несколько разных формальных подходов к описанию мартингалов. В колмогоровской математике мартингалы определяются следующим образом [5].

Пусть $\{f_n\}$ последовательность счетнозначных случайных величин, а $R_0 \subset R_1 \subset \ldots \subset R_n$ – возрастающая последовательность разбиений пространства элементарных событий Ω. Пара (f_n, Ω) называется мартингалом, если выполнены три условия:

1) $M[|fn|]$ конечно при любом n. Здесь M – символ математического ожидания;

2) f_n постоянна на элементах R_n;

3) $f_n = M[f_{n+1}/R_n]$.

Прежде чем говорить о формализации мартингалов в игровой концепции, уделим некоторое внимание ученому, наиболее повлиявшему на создание игровой концепции мартингалов. Как отмечают Шафер и Вовк, наибольшее влияние на создание их концепции оказали работы французского математика Д. Вилли, посвященные исследованию мартингалов. Вилли занимался основаниями теории вероятностей и пытался построить частотную теорию вероятностей на основе мизесовского понятия коллектива. Мизесовское требование к коллективу заключалось в инвариантности частоты для выборки из генеральной совокупности. Инвариантность означает независимость выборок. Как справедливо отмечали многочисленные критики частотной концепции, основная слабость частотной теории Мизеса заключалась в том, что он не сформулировал достаточно строго правила образования выборок.

Исследование проблемы формирования выборок привело Вилли к углубленному анализу частотной концепции. В результате он обнаружил невыполнимость одного требования Мизеса к частотным характеристикам формируемых выборок. Мизес полагал, что при увеличении объема выборки частотные характеристики будут сходиться к некоторому пределу. При этом сходимость не должна иметь детерминированный характер, т.е. если при одном объеме данных частота оказывается больше предельного значения, то при следующем объеме исследователь заранее не должен знать, будет ли новая частота больше или меньше предельного значения.

Д. Вили, вслед за А. Черчом, А. Вальдом и другими известными математиками, обнаружил, что их рекомендации по формированию последовательностей неизбежно приводят к примерам, для которых сходимость имеет регулярный характер. Скажем, при увеличении объема выборки частота строго увеличивалась или строго уменьшалась. Эти неудачи свидетельствовали о том, что программа Мизеса, заключающаяся в формальном описании честных игр на основе независимых, случайных данных, не может быть реализована.

Это привело Вилли к идее реализации честной, безобидной, игры на основе определенным образом зависимых данных. Пусть зависимость между накоплениями капитала в последовательные промежутки времени имеет следующий вид:

$$M[S_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) / x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}] = S_{n-1}(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}). \qquad (3)$$

Здесь $M[S_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) / x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$описывает ожидаемый выигрыш S_n в любой момент n при условии знания всех предыдущих результатов игры: $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$. Правая часть выражения (3) обозначает выигрыш S_{n-1}, накопленный к моменту $n - 1$.

Процесс изменения капитала, удовлетворяющий условию (3), Вилли назвал мартингалом. В этом подходе предполагается, что задано распределение вероятностей для накоплений капитала в разные моменты времени. В чисто игровой концепции задание закона распределения вероятностей не является обязательным. Поэтому концепция Вилли представляет собой сочетание обычного теоретико-мерного подхода и игрового подхода. Вилли сделал существенный вклад в открытие связи мартингалов и вероятностей. Он сформулировал, что вероятности с помощью мартингалов описываются следующим образом:

$$P(E) = \inf\{L_0 \mid \liminf_{n\to\infty} L_n \geq I_E\}. \qquad (4)$$

Здесь $P(E)$ – вероятность события E; I_E – индикатор события E; L_0 – первоначальное значение мартингала; L_i – значение мартингала в произвольный момент времени i. Строго формула (4) была доказана Дж.Л. Дубом [6]. Утверждение (4) показывает, как классическая теория вероятностей может быть построена на основе мартингалов.

Игровая теория Шафера и Вовка развивает подход Вилли. Отличие заключается в том, что вероятности не вводятся с самого начала. Ход игры определяется не описанием исходных вероятностей, а описанием всех возможностей игроков делать ставки. Описание возможностей определяет процесс изменения капитала. Вероятности вводятся на основании анализа процесса изменения капитала. Так, например, вероятность события равна единице, если значение мартингала сходится к бесконечности, при условии что это событие не произойдет.

Эффективность игрового варианта мартингалов была обоснована путем конструктивного доказательства всех фундаментальных теорем теории вероятностей. Рассмотрим основные идеи доказательства на примере простого варианта теоремы усиленного закона больших чисел.

Теорема. Пусть n раз осуществляется эксперимент с двумя возможными исходами, например бросание правильной монеты с исходами «герб» и «решка». Пусть y_n – число выпадений герба. Тогда неформально теорема утверждает, что практически точно

$$\lim_{n\to\infty} y_n / n = 1/2. \qquad (5)$$

Игровой вариант теоремы предполагает двух участников: скептика и реальность. Распределение переменных не заданы, но они и не нужны. Скептик может заключать пари, делая ставки на любую сторону монеты или на обе стороны сразу. Событие, происходящее практически точно, определим как событие, противоположное которому практически невозможно. Событие является практически невозможным, если оно позволяет скептику стать бесконечно богатым без риска банкротства. Первоначальный капитал скептика минимален и составляет один доллар. Стоимость участия в игре для скептика равна нулю, он бесплатно получает некоторое число билетов M. При ставке на герб на этих билетах будет изображен герб.

Если результат бросания окажется гербом, то каждый билет принесет скептику один доллар, а если в качестве результата будет принята решка, то скептик проиграет M долларов. Число M может быть положительным, отрицательным или нулем. Если M – отрицательное число, то это выбор в пользу лицевой стороны монеты. Протокол игры имеет следующий вид [7]:

$K_0 = 1$, K_0 – первоначальный капитал.

Скептик ставит на гербы, покупая M_n гербов, $n = 1,2\ldots$.

Реальность объявляет исход бросания монеты: $X_n = \{-1,1\}$. Здесь -1 – решка, 1 – герб. Изменение капитала на n шаге формализуется так:

$$K_n = K_{n-1} + M_n X_n.$$

Скептик выигрывает, если выполняется одно из трех условий:

1) K_n никогда не становится отрицательным;
2) K_n становится бесконечно большим; (6)
3) $\lim_{n\to\infty} 1/n\Sigma x_i = 0$ достигается практически обязательно.

Если ни одно из этих трех условий не выполняется, то скептик проигрывает. Третье условие эквивалентно выражению (5), так как $\sum X_i=2y_n-n$.

Получается игра с нулевой суммой двух участников, каждый из участников сразу узнает о ходе соперника. Заключительное условие выигрыша скептика представляет собой теорему закона больших чисел. Скептик имеет выигрышную стратегию, если теорема закона больших чисел верна. На языке мартингалов теорема закона больших чисел утверждает, что в каждый момент времени, накопленный скептиком капитал описывается ограниченным положительным мартингалом.

Доказательство теоремы закона больших чисел основано на использовании двух важных для стратегии скептика понятий. Это понятия вынуждения и слабого вынуждения события.

Скептик вызывает событие E, если выполняются следующие условия:

$$K^p(t) \geq -1 \qquad (7)$$

для каждой ситуации t пространства элементарных событий;

$$\lim_{n\to\infty} K^P(\psi^n) = \infty \qquad (8)$$

для каждого пути ψ, не содержащего событие E.

Скептик слабо вынуждает событие E, если соотношение (7) выполняется и для каждого пути ψ, не содержащего событие E, имеет место следующее соотношение:

$$\sup_n K^P(\psi^n) = \infty. \qquad (9)$$

Определения слабого и обычного вынуждения событий связаны. Как показано, слабое вынуждение влечет за собой обычное вынуждение [8]. Соотношение (6) доказывается путем одновременного доказательства следующих соотношений:

$$\lim_{n\to\infty} \sup 1/n\Sigma x_i \leq \varepsilon; \qquad (10)$$

$$\lim_{n\to\infty} \sup 1/n\Sigma x_i \geq \varepsilon. \qquad (11)$$

Техника доказательства – это прерогатива математики, для философа же важна идея доказательства. Скептик в игре с бросанием монеты ставит не меньше доли ε имеющегося капитала на появление герба. Эта ставка вызывает событие E, заключающееся в выполнении условия (10). Одновременно скептик ставит не меньше доли ε имеющегося капитала на появление лицевой стороны монеты. Одновременное выполнение условий (10) и (11) приводит к выполнимости условия (6), формализирующего теорему. Общий случай теоремы получается из простейшего варианта, при условии что билеты на ставку не даются скептику бесплатно, а имеют определенную цену. В этом случае теорема имеет следующий вид:

$$\lim_{n\to\infty} 1/n(\Sigma x_i - m) = 0.$$

Здесь m – цена игры. Доказательство общего случая практически повторяет доказательство частного. Общий случай интересен тем, что для его осуществления необходимы три участника игры. К скептику и реальности добавляется прорицатель.

Приведем необходимые дополнения к предыдущему протоколу.

Прорицатель объявляет цену игры $m_n \in [-C, C]$.

Скептик объявляет число билетов $M_n \in R$ (R – множество вещественных чисел). Реальность объявляет настоящий результат эксперимента: $X_n \in [-C, C]$ Изменение капитала на n шаге формализуется так:

$$K_n = K_{n-1} + M_n(X_n - m_n). \qquad (12)$$

Скептик выигрывает, если выполнится условия (7), или (8), или (12). Как и в предыдущем случае, скептик имеет выигрышную стратегию, для того чтобы обеспечить выполнение необходимых для выигрыша условий.

Теоретико-игровые мартингалы оказались эффективным инструментом для доказательства фундаментальных теорем. На основе игрового подхода получены конструктивные доказательства всех фундаментальных теорем, доказанных с помощью теоретико-мерного подхода в теории вероятностей. В то же время посредством теоретико-мерного подхода невозможно получить теоретико-игровые доказательства в полном объеме.

Успехи новой концепции свидетельствуют о значимости игрового варианта мартингалов для развития чистой математики, так как с их помощью получены доказательства для всего пространства элементарных событий, включая множества меры нуль. Конструктивный характер доказательств фундаментальных теорем и использование мартингалов для получения и верификации прогноза в разных областях знания свидетельствуют об их прагматической значимости [9]. Теоретическая и прагматическая значимость теории делает ее интересной для специалистов в области философии и методологии науки.

Дело в том, что начиная с 70-х годов прошлого столетия была обнаружена неадекватность статистических теорий Фишера и Неймана– Пирсона для решения множества практических задач. Неадекватность универсальных статистических теорий и развитие компьютерной техники явились катализатором для появления множества прикладных статистических теорий, мало связанных с фундаментальными разделами теории вероятностей и математической статистики. В России появились метрологическая концепция Ю.И. Алимова, прикладная статистика А.И. Орлова. За рубежом появилась теория Data Mining. Все это – прикладные теории. Возникает сильное впечатление, что для приложений адекватны только полуэмпирические теории и философия эмпиризма. Встает вопрос: существуют ли современные универсальные теории, адекватные для разнообразных приложений?

Одна ласточка, конечно, не делает погоду. Тем не менее ответ на этот вопрос положительный. Универсальность теории в большой степени определяется универсальностью понятия игры. Понятие игры является в существенной степени универсальным. Поэтому новая игровая вероятностная концепция свидетельствует о том, что весьма универсальная теория может иметь практическую значимость.

Примечания

1. См., например: *Hayek A.* What conditional probability could not be // Synthese. – 2005. – V. 137, No 3. – P. 273–323.
2. См.: *Колмогоров А.Н.* Основные понятия теории вероятностей. – М.: Наука, 1974.
3. См.: *Алимов Ю.И.* Альтернатива методу математической статистики. – М.: Знание, 1980; *Орлов А.И.* Эконометрика. – М.: Экзамен, 2003; *Резников В.М.* Вероятностные концепции: анализ оснований и приложений. – Новосибирск: Ред.-издат. центр НГУ, 2005.
4. См.: *Shafer G., Vovk V.* Probability and finance it is only a game! – N.Y.: Wiley-Interscience, 2001.
5. См.: *Кемени Дж., Снелл Дж., Кнепп А.* Счетные цепи Маркова. – М.: Наука, 1987.
6. См.: *Дуб Дж.Л.* Вероятностные процессы. – М.: Иностр. лит, 1956.
7. См.: *Shafer G., Vovk V.* Probability and finance it is only a game!

8. Ibid.
9. См.: *Dawid A. Philip*. Statistical theory: The prequential approach (with discussion) //Journal of the Royal Statistical Society. – 1984. – Ser. A, vol. 147. P. 278–292.

Институт философии и права СО РАН,
г. Новосибирск

Reznikov, V.M. **Methodological game aspects in statistic conceptions**

The paper studies methodological fundamentals for game probabilistic conception offered by G. Shafer and V. Vovk. Proved methodological importance of game interpretation of large numbers law theorem.