НОРМАТИВНЫЙ ХАРАКТЕР ДЕДУКТИВНЫХ ТЕОРИЙ И ЗНАЧЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ТЕРМИНОВ*

В.В. Целищев

Весьма влиятельным направлением в современной философии математики является так называемый неологицизм, представленный работами Н.Теннанта, К.Райта и Р.Хейла [1]. В значительной степени эти работы мотивированы взглядами на концепцию значения, развиваемыми М.Даммитом [2]. Согласно Даммиту, значением выражения является то, что знает использующий язык субъект. Если человек понимает предложение, то он должен постичь его значение, и если предложение постигается в процессе обучения, то при этом происходит и процесс освоения значения предложения. Таким образом, в полном согласии с концепцией позднего Виттгенштейна, значение утверждения определяется его употреблением [3].

Сомнение в том, что аксиомы «схватывают» значения термина в математической системе, направлено прежде всего против платонистских тенденций в теории значения. Противоположностью идее Виттгенштейна было бы признание того, что значение превосходит употребление. Но это означает, что значение должно быть доступно субъекту каким-то прямым образом. Современная эпистемология, особенно натурализованная, неодобрительно относится к такого рода прямому эпистемическому доступу, признание которого ведет к мистицизму и субъективизму.

Детерминанты значения математических терминов содержатся в нашем употреблениии математического языка. Вопрос состоит в том, «схвачено» ли это употребление аксиомами. Как полагает П.Бенацерраф,

---

* Статья написана по результатам исследований, поддержанных междисциплинарным интеграционным грантом Сибирского отделения РАН № 125 и грантом Российского гуманитарного научного фонда, проект № 04–03–00337а.

«математическая практика отражает наши намерения и контролирует использование математического языка такими способами, которые могут не осознаваться нами в любой заданный момент и которые превосходят то, что мы точно устанавливаем в любом заданном объяснении» [4]. Наше употребление математических терминов не «схватывается» аксиомами и нуждается в дополнительном объяснении.

Отказ от традиционной концепции значения принял весьма четкие формы в работах В.Куайна, Х.Патнэма и С.Крипке. Если принять заключение, скажем, Куайна, о непостижимости указания, тогда не существует единственного значения термина языка. Как можно реагировать на радикальное устранение понятия определенного значения в отношении математических контекстов? Дело в том, что увязывание математических теорем с концепциями обыденного языка может обернуться чистой схоластикой. Тем не менее М.Даммит поддерживает виттгенштейновскую концепцию и применяет ее к математическим утверждениям. «Если два индивида, – пишет он, – полностью согласны относительно употребления некоторого утверждения, они согласны и в отношении его значения. Причина этого кроется в том, что значение утверждения полностью определяется его ролью в качестве инструмента коммуникации между индивидами. Индивид не может передать того, чего нет в коммуникации: если индивид ассоциирует с математическим символом или математической формулой некоторое ментальное содержание и при этом ассоциация не заключается в употреблении им этого символа или формулы, тогда он не сможет передать это содержание посредством символа или формулы, потому что его партнеры по коммуникации не будут осведомлены об этой ассоциации и не будут иметь средств для ее осознания. Предположение о том, что имеется ингредиент значения, превосходящий употребление, которое и составляет значение, равносильно предположению, что можно изучить все, что постигается прямо при изучении человеком языка математической теории; этот человек может вести себя подобно тому, кто понимает этот язык, и в то же время человек на самом деле чего-то недопонимает или понимает неправильно» [5].

Поздний Виттгенштейн утверждал, что содержание математических утверждений весьма специфично, но оно не носит характера обоснования, – это скорее императивы, следование правилу. Но как раз с понятием следования правилу связан скептический аргумент, касающийся невозможности знания согласно правилам. Как указал С.Крипке, предыдущее употребление выражения не может ограничить количество его интерпретаций до одной-единственной [6]. Этим тенденциям противостоит множество взглядов – от платонизма до номинализма, в рамках которых утверждается, что истина дает достаточные стандарты оценки математических утверждений. Каковы же эти правила? Поскольку речь идет о математике, в основе которой лежит логика, постольку правила эти следует искать прежде всего в практике логических исследований. В этом отношении наиболее интересными являются идеи Г.Генцена, который, по словам М.Даммита, «первым показал нам, как должна быть формализована логика» [7], имея в виду натуральную дедукцию и исчисление секвенций. Как известно, главную роль при этом играют правила введения и устранения, которые и определяют значение, скажем, логических связок. Для случая классической логики это хорошо показано Я.Хакингом [8]. Для каждого логического термина правила введения и устранения составляют полный анализ значения этого термина.

М.Даммит полагает, что такого рода правила могут привести также к реформе некоторой логической практики, если она лишена обоснования. Такая теория значения говорит, что мы можем провозгласить онтологические допущения, возникающие из наших способов разговора и мышления, если эта практика приобретает форму принципов и достаточно упорядочена.

Эти идеи имеют далеко идущие последствия для неологицистской программы понимания натуральных чисел. Предположим, что предикат N («быть натуральным числом»), термины 0 («нуль») и s («последующее число») являются логическими терминами. Тогда правила введения и устранения этих терминов составляют значение этих терминов. В определенном смысле над числами осуществляется концептуальный контроль. Рассмотрим подобную программу более подробно в том виде, как она представлена Н.Теннантом, существенно опираясь на его работу «О необходимом существовании чисел» [9].

Числа представляют собой абстрактные объекты, и как таковые они вводятся в обиход математической практики разными способами – так называемой абстракцией, постулированием и т.д. Эти процедуры имеют разную степень связи с математической практикой, и поэтому следует различать, на каком уровне рассмотрения делаются утверждения о существовании чисел. Ясно, что коль скоро значение есть употребление, следует искать такой контекст, в котором разговор об абстрактных объектах смешивается с разговором об обыденных объектах.

Итак, каковы же критерии существования чисел? Н.Теннант говорит о трех уровнях разговора о существовании чисел:

1) утверждения о существовании чисел в теории чисел;

2) утверждения, предполагающие существование чисел в фоновой семантике интерпретированного языка;

3) теория, успешно объясняющая и предсказывающая феномены посредством апелляции к существованию чисел.

Рассмотрим первый уровень изолированных утверждений о существовании в математике. В формализованной теории утверждением о существовании, скажем, числа 0 является выражение (Ex) $(x = 0)$, представляющее собой пример применения критерия существования Куайна «быть – значит быть значением связанной переменной». В некотором смысле это тривиальная формализация на языке первого порядка, и в качестве записи единичного экзистенциального выражения она не представляет особого интереса.

Третий уровень онтологических допущений чисел фактически связан с так называемым аргументом о незаменимости математики в науке, скажем в физике, и здесь аргументация выходит за пределы чистой философии математики, за исключением лишь номиналистических интерпретаций математики. В целом же это вопрос о применении математики, или, как его сформулировал Э.Вигнер в известном афоризме, вопрос о «непостижимой эффективности математики в естественных науках», и он представляет собой отдельную тему.

По-настоящему вопрос об онтологических допущениях чисел возникает при употреблении обычных математических выражений типа $5 + 7 = 12$, когда речь идет о счете. Кстати, это именно то требование, которое Б.Рассел, вслед за Г.Фреге, полагал одним из самых существенных при обосновании концепции числа. Именно здесь употребление абстрактных объектов смешивается с разговором об обыденных объектах, и коль скоро значение математических терминов определяется их употреблением, мы должны искать такие принципы, которые управляют подобного рода употреблением абстрактных объектов в применении их к обыденным объектам.

Н.Теннант предлагает в качестве средства концептуального контроля над такого рода употреблением чисел и, стало быть, контроля над значением терминов для абстрактных объектов так называемую схему (С). В ней используется уже упомянутое различение грамматического вида числовых терминов. Общая ее формулировка такова:

(С) Имеется точно *n* объектов со свойством *Fs*, если и только если *Fs* = *n_*, где *s* – прилагательное, а *n_* – существительное.

В качестве примера этой схемы можно привести утверждение «В этой корзине есть два яблока, если и только если число яблок в этой корзине равно двум».

Таким образом, как и у Фреге, анализ понятия числа существенно опирается на грамматический анализ числовых терминов. Опираясь на обыденный дискурс с абстрактными объектами типа чисел, мы пытаемся извлечь некоторую мораль из практики употребления термина. Так, если мы признаем, что выражение «число *Fs* = *n_*» имеет истинностное значение, которое вполне понятно с точки зрения обыденной языковой практики, то мы должны признать, что это возможно только за счет приписывания конкретного числа концепции *F*. Правомерность языковой практики подобного рода несомненна, так как установление тождества есть одна из наиболее фундаментальных операций. Ясно, что при этом мы онтологически допускаем числа в качестве объектов.

Важность утверждений тождества как наиболее фундаментальных утверждений в логике и математике видна из того, что тождество является аналитическим выражением, и если мы опираемся в своем онтологическом анализе чисел на тождества, мы приходим к довольно необычному выводу о том, что существование чисел следует из аналитических истин. Действительно, аналитические истины принадлежат логике, и общее убеждение состоит в том, что логика ничего не должна говорить о существовании.

Для более полного понимания этой дилеммы рассмотрим принцип Юма (НР) в такой форме, которая учитывает грамматические различения числовых терминов:

(НР) Число *Fs* тождественно числу *Gs*, если и только если имеется точно столько же *Fs*, сколько и *Gs*.

Сторонники неологицизма, утверждающие наличие в логике экзистенциальных утверждений, в качестве аргумента приводят следующий вывод:

Число *Fs* тождественно числу *Gs*, если и только если имеется точно столько же *Fs*, сколько и *Gs*.

Отсюда следует приемлемость принципа (НР). Далее:

Число *Fs* тождественно числу *Gs*.

Отсюда следует вывод:

Число *Fs* существует.

Поскольку посылка этого вывода является аналитической истиной, постольку таковым должен быть и вывод.

В данном случае говорится о логическом выводе, и в этом смысле приведенный аргумент вполне значим. Однако сама логика, как считают многие исследователи, в вопросе о том, имеет ли она экзистенциальные допущения, предполагает разные толкования. Другими словами, есть ли гарантия того, что использование логики не влечет за собой экзистенциальных предположений? Оказывается, нет. Дело в том, что употребление сингулярных терминов неявно предполагает существование объектов, на которые они призваны указывать. Таким образом, экзистенциальные предположения неявно протаскиваются через логику. А ведь философская дискуссия о существовании чисел должна быть проведена с фоновой логикой, которая абсолютно нейтральна в отношении того, обозначает ли термин что-либо или нет. В целом задача состоит в том, чтобы исследовать наши онтологические допущения чисел и идентифицировать с помощью логической техники точный стык, где происходит экзистенциальное допущение.

Схема (С) и принцип (НР) в значительной степени пересекаются. Тогда возникает вопрос о том, зачем нужно введение схемы (С), если (НР) является достаточно респектабельным принципом, управляющим числами. Дело в том, что принцип Юма не дает желаемого результата, что если нет *Fs*, тогда число *Fs* равно 0, и для этого надо обратиться к схеме (С). В пользу такого решения говорит следующий отрывок из работы М.Даммита: «…Суть числа 3 – это не позиция в некоторой прогрессии, и даже не в конкретной прогрессии, и не то, что данное число есть результат прибавления 3 к другому числу, но нечто более фундаментальное, – это тот факт, что если определенные объекты считаются как “раз, два, три” или подобным образом “ноут, один, два”, тогда имеется три объекта. Эта точка зрения столь проста, что нужен утонченный интеллект, чтобы проглядеть ее. И это показывает, что Фреге в споре с Дедекиндом был прав, сделав использование натуральных чисел как конечных кардиналов внутренней их характеристикой… и это представляет собой не какую-то деталь, а фундаментальный принцип его философии арифметики» [10].

Тем не менее многие исследователи говорят о «чистой математике», в которой нет места понятию счета. Можно ли объяснить в этом случае, каким образом происходит концептуальный контроль над числами?

Н.Теннант полагает, что все упирается в значительной степени в метафизические посылки о существовании нуля, которые следует эксплицировать в некоторой формальной системе, и он предлагает такую систему [11]. Пусть имеются следующие три простых принципа для языка, содержащего константу 0, функцию последующего знака s и терминообразующий оператор $\#x\Phi x$ (число Φs). Первым таким принципом является существование нуля:

(Нуль) Если нет Fs, тогда $\#xFx = 0$.

Второй принцип Теннант называет принципом храповика:

(Храповик) Если $\#xFx$ существует и имеется точно на одно Gs больше, чем Fs, тогда $\#xGx$ существует.

Наконец, последним принципом является принцип последовательности:

(Последовательность) Если $t = \#xFx$ и имеется точно на одно Gs больше, чем Fs, тогда $\#xGx = s\ (t)$.

Как утверждает Теннант, из этих трех принципов мы можем вывести все аксиомы Дедекинда – Пеано о натуральных числах, включая схему индукции (и это в свободной логике, где нет непредвиденных экзистенциальных предположений). Этот важный факт говорит о том, что объяснение аналитическому характеру экзистенциальных утверждений следует искать в приведенных трех принципах.

Отметим, что второй и третий принципы являются условными утверждениями, посылками которых выступают экзистенциальные утверждения. Это значит, что ничего существенного по поводу прояснения онтологического статуса чисел они сказать не могут. Таким образом, основная тяжесть падает на первый принцип существования нуля. Здесь Теннант подправляет самого Кронекера, с его знаменитым афоризмом «Бог создал целые числа, а все остальное – творение человека»: «Кронекер был неправ! Неверно, что Бог создал целые числа, а все остальное – творение рук человеческих. Бог должен был дать нам только 0. Мы имеем аналитические принципы храповика и последовательности и тем самым можем породить концепцию натурального ряда чисел. Человек сделает все остальное» [12].

Нуль определяется как число вещей, которые не самотождественны. Для выражения свойства несамотождественности требуются предикат тождества, экзистенциальный квантор и числообразующий оператор #. В достаточно богатом языке, который имеет упомянутые выше ресурсы, онтологические допущения нуля бесспорны. Но при этом нуль оказывается очень специальным числом, будучи логическим по своей природе объектом. Принимая во внимание принципы храповика и последовательности, мы должны заключить, что и все остальные натуральные числа являются объектами *sui generis.* Словом «логический» здесь обозначается тот аспект, что это число не подвержено проблеме неединственности, которая возникает при переводе чисел в множества. Концептуальный контроль над числами осуществляется с помощью правил, которые апеллируют к чувственному восприятию, без непременной апелляции к понятию множества. Действительно, наш повседневный язык, используемый для разговора о конкретных вещах, может быть распространен на разговор о числе *Fs* для некоторого предиката *F* нашего языка. Концептуальный контроль может быть наложен на новые числовые выражения таким образом, что говорящий о конкретных объектах фактически говорит о числах конкретных объектов и таких-то и таких-то свойствах. Но если мы настаиваем на том, что нуль есть логический объект, а именно, число, то нам требуется привести некоторого рода «постулаты значения» для этой концепции. Точнее, нам нужны правила введения этой концепции, которые бы регулировали ее употребление. При этом значение термина «0» будет полностью определяться таким употреблением. Формально 0 есть $\#x$ (Ш$x = x$).

Первое знакомство с употреблением термина «0» заключается в понимании того, что 0 есть число пустой концепции (парадигмой которой является Ш ($x = x$)). Если для любого *a* мы имеем опровержение утверждения *Fa*, что означает, что нет *Fs*, т.е. объектов со свойством *F*, тогда 0 есть число *F*. Теперь мы уже не постулируем абстрактный объект 0, а вводим его согласно некоторому правилу, аналогичному генценовским правилам введения и удаления символов.

Правило налагания значения 0 (правило введения 0):

$$\frac{\begin{array}{c}\underline{Fa \qquad\qquad E!a}\\ \vdots \\ \perp\end{array}}{0 = \#xF(x)}\; i$$

Всякий, кто рассматривает вопрос о том, существует ли 0, должен признать концептуальную истину

(S0) $0 = \#x\,(\neg\, x = x)$.

Отсюда следует, что существует 1, затем 2 и т.д., поскольку они являются последователями друг друга.

На подобное правило введения, определяющего значение термина «0», можно возразить, что оно применимо и к пустым терминам, например к термину «Пегас». Однако в этом случае важную роль играет различение имен собственных и дескрипций. Теннант показывает, что отсутствует аналогия между правилом для значения термина «0» и правилом для значения термина «Пегас». Заметим, что правило введения 0 делает 0 числом *Fs*, где *F* есть некоторая пустая концепция. Но есть ли такое правило, начинающееся с «Пегас = …», где правая часть была бы заполнена подобным схематичным общим термином? Оказывается, нет такого. Имя «Пегас», аналитически эквивалентное некоторому термину, образованному посредством связанных переменных, будет эквивалентно некоторой дескрипции, в которой примитивный предикат не является схемой. Самое лучшее противопоставление здесь могло бы быть таким: дать правило для некоторого «аналитически истинного» заключения, такого что «Пегас есть крылатый конь», где предикат *W* – «крылатый», а предикат *H* – «конь». То есть

$$\begin{array}{c} W(a) \qquad H(a) \qquad E!(a) \\ \hline \vdots \end{array}$$

$$\frac{W(\text{Пегас}) \qquad H(\text{Пегас}) \qquad a = \text{Пегас}}{\text{Пегас} = \iota x\,(Wx \,\&\, Hx)}$$

Из этого правила ясно, что условия для утверждения «Пегас = $\iota x\,(Wx \,\&\, Hx)$» включают, среди прочих вещей, доказательство, что можно утверждать атомарную предикацию *W* (Пегас) и *H* (Пегас). Но тогда Пегас должен существовать, – иначе как можно утверждать существование атомарных предикатов? Таким образом, нет правдоподобной версии правила введения значения пустого термина, аналогичного правилу введения концепции термина «0».

Концепция аналитичности, которая здесь работает, опровергает обычную аналитическую догму, что аналитическое утверждение не включает в себя онтологических допущений. Аналитически истинно, что $0 = \#x\,(\neg x = x)$, а это, в свою очередь, влечет, что 0 существует. Постичь значение 0 – значит знать число, которое этот термин обозначает, а не просто знать, что он обозначает, при условии что такое число существует.

Линия такой аргументации ведет к тому, что натуральные числа существуют с необходимостью. При этом необходимость формулируется как истина в каждом возможном мире, в котором возможны предикация и квантификация или внутри которого такая мысль существует. Коль скоро такая мысль возможна, возможно и расширение ее до мысли о числах. Можно ввести выражения 0, s, $\#x\,(\ldots x \ldots)$ путем консервативного расширения предсуществующего языка, содержащего тождество, отрицание и предикацию. Подобного рода возможность гарантирует необходимое существование натуральных чисел.

Выше упоминались некоторые положения неологицизма. Видимо, следует отметить, что существует несколько версий этого направления, которые развивают К.Райт и В.Хейл, Н.Теннант, Г.Ходес и др. Неологицизм включает в себя несколько относительно независимых доктрин. Во-первых, это неофрегеанство, суть которого состоит в формировании общей концепции соотношения языка и реальности. Во-вторых, это метод абстракции, суть которого заключается во введении концепций в язык. Наконец, это полагание подлинной логикой не логики первого порядка, а логики второго порядка. Рассмотрим те особенности неологицизма, которые позволяют судить, в какой степени в философии математики могут подвергаться ревизии традиционные программы.

В настоящей статье неологицизм представляет для нас интерес как доктрина об онтологических допущениях натуральных чисел. Действительно, в целом неологицизм есть представление о том, что можно получить знание об абстрактных объектах, скажем натуральных числах, путем размышления над логическими и лингвистическими истинами. Связь с традиционным логицизмом заключается в ассоциации с утверждением Г.Фреге, что арифметические истины являются априорными. Именно это обстоятельство делает утверждения о существовании натуральных чисел необходимыми. В определенном смысле неологицизм идет против устоявшегося мнения, что аналитические истины ничего не говорят о существовании. Другими словами, логические истины не могут быть экзистенциальными утверждениями. Но, как заявляют неологицисты, логику можно приручить. Не случайно последняя книга Н.Теннанта называется «Приручение истины» [13], и в результате приручения логики отвергается «догма существования». «Утверждение, в котором содержится экзистенциальное допущение, – пишет Теннант, – не влечет его синтетичности… Если использование определенных выражений языка ведет к признанию существования некоторых сущностей, которые в этом случае существуют необходимо, то при этом не совершается выход за пределы значения выражений, которым обязаны экзистенциальные допущения. Если мы знаем, что сущность *e* существует необходимо и что функцией выражения “*E*” является указание этой сущности, тогда утверждение “*E* существует” будет истинно исключительно благодаря своему значению и, таким образом, будет аналитичным» [14].

Этот взгляд мотивирован доктринами М.Даммита. Однако следует признать, что между собственно логицизмом и взглядами Даммита существуют расхождения, на одно из которых указал С.Шапиро [15]. Он предлагает рассмотреть следующий аргумент. Предположим, что предикат N, термины 0 и S, характеризующие натуральные числа, являются логическими терминами. Тогда согласно доктрине Даммита существуют правила введения и устранения этих терминов, полностью определяющие их значения. Из этих правил, а также из правил для отрицания и тождества следует, что $0 \neq S0$. Это утверждение должно быть одной из основных истин арифметики, будучи аналитической и логической истиной.

Неологицисты полагают, что натуральные числа являются в арифметике наинизшими индивидами, так что переменные, над которыми идет квантификация, – это переменные первого порядка. В этом случае по правилу экзистенциального обобщения из $0 \neq S0$ получаем утверждение $\exists x\ \exists y\ (x \neq y)$. Это утверждение, будучи логическим следствием аналитического утверждения, также является аналитическим. Но тогда должно существовать доказательство утверждения $\exists x\ \exists y\ (x \neq y)$ и каждая строчка этого доказательства должна содержать подформулу утверждения, а в доказательстве используются только правила введения и устранения для отрицания, тождества и экзистенциального квантора. Однако такое доказательство из одних лишь правил получить невозможно. Действительно, существуют модели, в которых $\exists x\ \exists y\ (x \neq y)$ ложно. Это, например, такие структуры, которые удовлетворяют соответствующим правилам введения и устранения, но имеют только один элемент. Таким образом, приручение логики удается не полностью.

Кроме того, что в рамках неологицизма выдвигается идея необходимого существования чисел, это направление представляет для нас интерес в плане принципов абстракции, каковым является, в частности, принцип Юма. В отношении этих принципов возникает множество вопросов, на которые довольно трудно ответить при нынешнем состоянии исследований. Например, непонятно, до какой степени могут продвинуть нас эти принципы в обосновании математики. Могут ли они породить классический анализ или же теорию множеств? Можно ли считать их действительно аналитическими принципами или же следует считать их априорными?

Как отмечает Т.Бейс, набор свойств, которыми, по мысли Фреге, должны обладать математические утверждения, в настоящее время четко не определен [16]. Действительно, во времена Фреге считалось, что априорные суждения являются необходимыми. Но, как показал С.Крипке, это вовсе не так [17]. Таким образом, мы не уверены в статусе принципов абстракции, и поэтому пока рано выносить вердикт в отношении их философской значимости. Очевидно, то же относится и ко всему направлению неологицизма, которое, тем не менее, представляет значительный интерес как возрождение одной из наиболее фундаментальных программ в обосновании математики. Эта история еще раз иллюстрирует истину, что добротная философская идея никогда не угасает окончательно, и в этом смысле слухи о смерти логицизма оказались, судя по всему, преждевременными.

Какое место занимает неологицизм во всем спектре попыток разрешить проблему неединственности сведения чисел к множествам, играющую ключевую роль в понимании места платонизма в философии математики? В этом отношении интересное свидетельство исходит от П.Бенацеррафа, который бросил вызов платонизму как в онтологическом, так и в эпистемологическом плане [18]. Он полагает, что, по большому счету, есть три направления, в рамках которых эта проблема может быть разрешена. Во-первых, это реализм, с позиции которого невозможность установить правильность ответа на вопрос, каким именно множеством является некоторое число, не устраняет возможности того, что правильный ответ все-таки существует. Во-вторых, это холизм, точку зрения которого разделяет В.Куайн. Эта точка зрения заключается в том, что сама постановка проблемы не является вполне корректной, поскольку все, что нужно для научной теории, – это множества, а потому вопрос о том, что на самом деле представляют собой числа, не имеет особого значения. В определенном отношении это действие «бритвы Оккама», устраняющей из онтологии не необходимые объекты. Наконец, это рассмотрение чисел в духе Фреге – Рассела, например неологицизм. Именно о неологицизме П.Бенацерраф говорит, что по сравнению с двумя другими упомянутыми направлениями он «кажется единственной линией исследования, чувствительной к арифметической практике, т.е. контексту употребления арифметических утверждений, включая контекст (воображаемого) их “введения” в язык» [19].

Итак, значение математических терминов определяется их употреблением, которое, в свою очередь, определяется математической практикой. Каким же образом вводятся математические термины, – это неологицизм пытается решить с помощью принципов абстракции.

Примечания

1. См.: *Tennant N.* Anti-realism and logic. – Oxford Univ. Press, 1987; *Wright C.* Frege’s conception of numbers as objects. – Aberdin Univ. Press, 1983; *Hale R.* Abstract objects. – Oxford: Basil Blackwell, 1987.
2. См.: *Dummett M.* Truth and other enigmas. – Harvard Univ. Press, 1978.
3. См.: *Виттгенштейн Л.* Философские исследования. – М.: Гнозис, 1994.
4. *Benacerraf P.* Skolem and sceptic // Proceedings of Aristotelian Society. – 1985. – Suppl. v. 59. – P. 111.
5. *Dummett M*. The philosophical basis of intuitionistic logic // Dummett M. Truth and other enigmas.
6. См.: *Kripke S*. Wittgenstein on rules and private language. – Oxford: Basil Blackwell, 1982.
7. *Dummett M.* The logical basis of metaphysics. – Harvard Univ. Press, 1991. – P. 251.
8. См.: *Hacking I*. What is logic? // Journal of Philosophy. – 1979. – V. 76. – P. 285–319.
9. *Tennant N*. On necessary existence of numbers // Nous. – 1997. – V. 31. – P. 307–336.
10. *Dummett M*. Frege: Philosophy of mathematics. – Duckworth, 1991. – P. 53.
11. См.: *Tennant N*. On necessary existence of numbers.
12. Ibid. – P. 320.
13. См.: *Tennant N*. The taming of the true. – Oxford Univ. Press, 1997.
14. Ibid. – P. 303, 304.

15. См.: *Shapiro S*. Induction and indefinite extensibility: The Godel sentence is true, but did someone change the subject? // Mind. – 1998. – V. 107, No. 427. – P. 597–624.

16. См.: *Bays T*. The fruits of logicism // Notre Dame Journal of Formal Logic. – 2003.

17. См.: *Kripke S*. Naming and necessity. – Cambridge Univ. Press, 1980.

18. Имеются в виду две его статьи: «Чем числа не должны быть» и «Математическая истина».

19. *Benacerraf P*. What mathematical truth could not be // Philosophy of Mathematics Today / Ed. by M.Shirn. – Oxford: Clarendon Press, 1998. – P. 57.

Институт философии и права
СО РАН, г. Новосибирск

Tselishchev, V.V. **The normative character of deductive theories and the meaning of mathematical terms**

The normative nature of deductive reasoning is considered in connection with neologicism. The basic feature of this approach is the presence of ontological import of analytical judgments. The special principle is proved to give control over the meaning of mathematical terms.