Проблемы логики и методологии науки

КОНЦЕПЦИЯ ЛОГИЧЕСКОГО СЛЕДОВАНИЯ И ω-АРГУМЕНТ В ТРАКТОВКЕ А.ТАРСКОГО*

В.В.Целищев, А.В.Бессонов

Состояние проблемы логического следования в значительнейшей степени определяется работами А.Тарского. Среди математиков и логиков существует убеждение, что проблема эта решена раз и навсегда тем же Тарским, и решение ее состоит в теоретико-модельном определении логического следования. Во всяком случае, такое определение логического следования является фактически стандартным в математико-логических работах. Между тем в философских контекстах понятие логического следования выходит за пределы его математического содержания, поскольку интуиции относительно понятия следования связаны с традиционными философскими концепциями априорности, необходимости, определенности и т.д. И в этом смысле невозможно апеллировать только к концепции Тарского как единственной концепции логического следования.

Однако ситуация в этом отношении еще более запутанная. Дело в том, что Тарский имеет по крайней мере три такие концепции. Теоретико-модельная концепция является самой известной, тем не менее классическая статья 1936 г. "О понятии логического следования" [1] содержит ряд положений, вызывающих ожесточенные споры среди нынешних исследователей. Наконец, в статье 1966 г. "Что такое логические понятия"

---

* Исследования, нашедшие отражение в этой статье, поддержаны грантом Российского гуманитарного научного фонда (грант № 04-03-00337а) и интеграционным грантом Сибирского отделения РАН (№ 125).

[2] (опубликованной в 1986 г.) Тарский предлагает модификацию понятия логического следования, которая в значительной степени отличается от его ранних концепций.

Основным источником взглядов Тарского считается его работа "О понятии логического следования". Ее наиболее решительным критиком выступил Дж. Этчеменди [3]. Суть его возражений состоит в следующем. Во-первых, трактовка Тарским логического следования в этой работе расходится со стандартной теоретико-модельной трактовкой (которая, кстати, также принадлежит Тарскому). Больше того, эти две трактовки просто несовместимы. Во-вторых, претензии Тарского на то, что его концепция согласуется с дотеоретическими интуитивными представлениями о логическом следовании, безосновательны. В-третьих, трактовка Тарским логического следования опирается на различение "логических терминов" и "нелогических терминов", которое само по себе весьма проблематично. Вообще, при обсуждении любой концепции логического следования основным инструментом является предъявление контрпримеров предполагаемому правильному выводу. Этчеменди предъявил целый ряд таких контпримеров, которые предположительно опровергают теорию Тарского.

Однако у Тарского больше защитников, чем критиков. Сам Тарский не был очень четок в объяснении своих философских симпатий и устремлений, и поэтому любая реконструкция его мыслей является гипотетической, более или менее правдоподобной. Существует ряд сочувственных основной идее Тарского конструкций, в той или иной степени преследующих его цель: четко отделить интуицию от формального определения и оставить в стороне "дотеоретические" концепции логического следования. Среди подобного рода конструкций следует упомянуть концепцию Г.Шер [4].

Но помимо, с одной стороны, радикальной критики и, с другой стороны, безоговорочной поддержки концепции Тарского существуют попытки экспликации ее спорных положений и реконструкции хода мыслей автора. Это весьма интересное предприятие, поскольку ошибки великих мыслителей всегда поучительны. В этом смысле одна из наиболее интересных проблем представлена так называемым ω-аргументом.

Тарский указывает на то, что определенный логический вывод, вполне обычный для математической практики, считается недопустимым с точки зрения формализации логического вывода. Таким образом, он рассматривает соотношение обыденного понятия следования и формализованного понятия следования:

"Еще сравнительно недавно многим логикам казалось, что им удастся при помощи относительно простого понятийного аппарата почти точно ухватить бытующее содержание понятия следования или, пожалуй, определить новое понятие, которое с точки зрения своего охвата совпадет с обыденным понятием… Логики стали предполагать, что немногочисленные правила вывода полностью исчерпывают содержание понятия следования… В защиту своей позиции перед скептиками, которые выражали сомнение, действительно ли объем таким образом формализованного понятия следования совпадает с обыденным понятием, логики могли выдвинуть только один весомый аргумент: все те точные рассуждения, проводимые с незапамятных времен на основе математики, им удалось представить, по существу, в виде формализованных доказательств, находящихся полностью в границах построенных дедуктивных теорий.

Тем не менее уже сегодня мы отдаем себе отчет в том, что скептицизм здесь был полностью уместен и что обрисованную выше позицию не удается сохранить. Уже несколько лет тому назад я привел пример (впрочем, совершенно элементарный) дедуктивной теории, которая демонстрирует следующую особенность: среди аксиом или утверждений этой теории имеются предложения вида

A_0 0 обладает свойством W
A_1 1 обладает свойством W
A_2 2 обладает свойством W
………………………………..
A_n n обладает свойством W,

где n замещает произвольный символ, обозначающий некоторое натуральное число в какой-то определенной (например, десятичной) системе нумерации, и, несмотря на это, общее предложение

A Каждое натуральное число обладает свойством W

не удается доказать на основании рассматриваемой теории при помощи обычных правил вывода. Этот факт, по моему мнению, сам по себе свидетельствует о том, что формализованное понятие следования, которым до сих пор повсеместно пользовались при построении дедуктивных теорий, не совпадает с обычным понятием, – ведь с точки зрения обыденной интуиции кажется, что предложение A следует из совокупности предложений A_0, A_1, …, A_n…: поскольку все эти предложения истинны, постольку и предложение A должно быть истинным" [5].

Тарский полагает аргумент интуитивно верным, но синтаксически невыводимым. Заключение аргумента не может быть получено из множества посылок посредством конечного числа применений правил дедукции. Причина такого положения дел состоит в том, что информация, содержащаяся в посылках, не охватывает все числа. Это может случиться, если в перечень объектов, обладающих свойством W, мы включаем 0, 1, 2 и так далее, подразумевая *все* натуральные числа.

Ситуация подобного рода связана с понятием ω-противоречивости логической системы, которое, в свою очередь, связано с понятием существования. Существование математических объектов часто отождествляется с непротиворечивостью системы, внутри которой определены эти объекты. Непротиворечивая теория выполняется на некоторой модели, т.е. при интерпретации представляет собой совокупность истинных утверждений о некоторой системе объектов. Тесная связь этих понятий утверждается теоремой о том, что у каждой непротиворечивой теории существует модель. Как замечает Р.Линдон, “Математики не слишком-то большое значение придают понятию существования, а теорему о непротиворечивости можно как раз и рассматривать как скромное, но зато точное выражение довольно расплывчатого мнения, что существование в математике – это не что иное, как непротиворечивость” [6].

Представляет интерес применение этого критерия существования к отдельным случаям. Одним из таких случаев видится ситуация с теоремой Левенгейма – Сколема. Согласно этой теореме, непротиворечивая теория выполняется на счетной модели, т.е. на универсуме натуральных чисел. В каком же смысле существуют данные числа? Для этого требуется узнать, могут ли они, будучи поименованными знаками 0, 1, 2, …, быть описаны в терминах кванторной теории с равенством. Другими словами, являются ли аксиомы некоторой формальной теоретико-числовой системы истинными только при данной упомянутой интерпретации, что означало бы, что аксиомы характеризуют натуральные числа единственным образом? Если описание единственно, тогда аксиоматическая система идеально выполняет свою роль. Если же аксиомы не могут однозначно описать “реальность” натуральных чисел, тогда под описание могут подпасть и какие-то другие объекты. Действительно, не являются ли аксиомы истинными еще для некоторых абстрактных объектов, кроме натуральных чисел?

Оказывается, что любой перечень аксиом, справедливый для натуральных чисел, имеет и такую модель, не изоморфную первой, которая содержит-таки “лишние” абстрактные объекты, что является одной из важнейших теорем логики – теоремой о нестандартных моделях.

Каким образом это может произойти? Пусть имеется некоторое определение класса натуральных чисел N, содержащего 0, 1, 2, … Это означает, что утверждения $0 \in N$, $1 \in N$, $2 \in N$, … являются истинными.

Можно доказать, что присоединение к N “лишнего” абстрактного объекта x, такого что $x \in N, x \neq 0, x \neq 1, x \neq 2, \dots$ до бесконечности, не приводит к противоречию. В самом деле, в любом доказательстве используется только конечное число посылок, и поэтому в доказательстве противоречия будет использоваться только конечное число посылок. Но как раз любое конечное число посылок истинно для некоторого x.

Этот результат интересен в связи с ω-противоречивыми формальными системами, в которых для некоторой формулы Fx доказуемы утверждения $F_0, F_1, F_2, \dots$ до бесконечности и одновременно доказуемо утверждение $(\exists x)(x \in N \,\&\, \sim Fx)$. Другими словами, каждое из собственных имен 0, 1, 2, …, обозначающих объекты, принадлежащие к N, выполняет некоторое условие, но все же можно доказать, что некоторый объект, принадлежащий к N, нарушает это условие. Ясно, что ω-противоречивость не дает простой противоречивости в смысле доказуемости утверждений A и $\sim A$. В самом деле, предыдущие рассуждения о нестандартных моделях показывают простую непротиворечивость некоторых ω-противоречивых систем. Но эти случаи в определенном отношении являются неудовлетворительным обстоятельством: найдется такая формула, интерпретация которой выражает предложение, противоречащее некоторому другому истинному предложению. Очевидно, что в этом случае источник неприятностей заключается в интерпретации N как “натурального числа”, поскольку оказывается, что N содержит и другие объекты. Это может случиться в любой системе с подразумеваемой интерпретацией с областью натуральных чисел, но в ω-противоречивой системе N должно быть именно таким, что в него входят “лишние” абстрактные объекты.

Теперь можно сформулировать затруднение, связанное с отождествлением существования и непротиворечивости. В просто непротиворечивой, но ω-противоречивой системе можно добавлять аксиомы для некоторых объектов, не являющихся натуральными числами. Существование при этом приписывается натуральным числам и “лишним” объектам. Очевидно, что это неправомерно в некотором интуитивном смысле. Однако отсутствие какого-либо разумного критерия для различения этих двух сущностей приводит, как уже отмечалось, к заключению, что условие N ошибочно интерпретируется как “натуральное число”. Указанное интуитивное различие можно было бы спасти, если бы была возможна процедура, по которой условие N сужается до необходимой и достаточной характеристики натуральных чисел, а ω-противоречивые системы являлись исключениями.

Что касается просто непротиворечивых, но ω-противоречивых систем, то их существование является одним из следствий теоремы Геделя о неполноте; они получаются из неполных непротиворечивых систем добавлением к ним в качестве аксиомы неразрешимого предложения, т.е. истинного, но недоказуемого в формальной системе. Поэтому игнорировать ω-противоречивые системы невозможно. Сужение условия N является в ряде случаев возможной процедурой, однако в некоторых из них при таком сужении найдется и другое условие, приводящее к ω-противоречивости. Повторение подобных операций сужения может привести, наконец, к ω-непротиворечивой системе, или же этому процессу нет конца. В первом случае интересующему нас предикату была дана ошибочная интерпретация, и ряд последовательных приближений устранил этот недостаток. Во втором случае "хроническая" ω-противоречивость свидетельствует о слабости системы для выражения необходимого и достаточного условий членства в определенном множестве [7].

Ясно, что информация о "лишних" объектах не содержится в посылках ω-аргумента. Тогда можно выдвинуть информационный критерий логического следования, заключающийся в том, что в процессе вывода сохраняется содержание посылок

> Г влечет Ф, если и только если информация Ф содержится в информации Г. В этом смысле если Г влечет Ф, тогда излишне утверждать Ф в контексте, где утверждается Г. Другими словами, Ф не добавляет никакой информации.

Информационный критерий включает в себя многие интуитивные соображения. Например, из противоречия можно вывести все что угодно. Так, ω-множество предложений влечет универсальное утверждение, если множество посылок противоречиво или же заключение тавтологично. Например, из посылок $\sim (0 = 0)$, $\sim (1 = 1)$ и т.д. следует $(\forall x) \sim (x = x)$. Подобным же образом $(\forall x)\,(x = x)$ следует из $(0 = 0)$, $(1 = 1)$ и т.д.

Принятие Тарским ω-аргумента как правильного аргумента, используемого в математической практике, опирается на две существенные предпосылки. Одна из них заключается в постоянстве универсума рассмотрения. Похоже, Тарский не обратил особого внимания на это обстоятельство, а между тем логические свойства не должны зависеть от выбора универсума рассмотрения, который используется при интерпретации формального языка. Изменение при интерпретации претерпевают только нелогические знаки, и поэтому Тарский должен был опираться на разделение логических знаков на логические и нелогические. В этом заключается вторая предпосылка. Сам Тарский полагал, что логические знаки задаются перечнем, и его перечень наверняка должен был включать пропозициональные связки, кванторы и переменные. Первые две категории представляют собой обычный список логических констант. Что касается переменных, то тут ситуация дискуссионная.

Согласно А.Черчу, "константа" есть синоним для выражения "собственное имя, имеющее денотат". Переменная есть символ, содержание которого совпадает с содержанием собственного имени, или константы, за исключением лишь того, что единственный денотат константы заменен здесь возможностью различных значений переменных. С переменной связана непустая область ее возможных значений. И поэтому к содержанию переменной относится в некотором смысле и содержание собственного имени области ее значений [8].

Другими словами, в интерпретированном языке индивидная константа указывает на объект, т.е. на свой денотат, предикатный символ указывает на класс объектов, которые представляют его объем, а переменная в некотором смысле указывает на область своих значений. Если универсум единственен, тогда слова "в некотором смысле", которые употребил Черч, обретают более четкое значение: переменные не являются логическими константами. С этой точки зрения Тарский должен был считать переменные нелогическими символами. Если бы Тарский принимал возможность изменения универсума, тогда переменные он мог бы считать логическими константами. Но из определения логического следования, данного Тарским, нельзя извлечь с очевидностью ни того, ни другого взгляда.

Причина такой неопределенности опять-таки усматривается в противоположных целях математиков и философов. Тарский уже знал и использовал понятие релятивизации истины к языку, но он полагал, что философам "это не нужно". Напомним, что статья "О понятии логического следования" была обращена к философам, а не к математикам. Надо принять во внимание также и то, что Тарский был чрезвычайно осторожен в проявлении своих философских симпатий, что служило причиной многих заблуждений в отношении философского значения его теории истины в формализованных языках. В сочинениях Тарского чрезвычайно трудно понять, каковы его философские позиции, поскольку все свое внимание он направил на достижение простоты и ясности математического и логического аппарата. А те вопросы, которые были дискуссионными с философской точки зрения, он тщательно обходил.

Одним из таких вопросов, который до сих пор не имеет ответа, несмотря на многолетние исследования, является уже упомянутый вопрос о том, считать ли, например, переменные логическими константами. У.Куайн и Р.Карнап полагали, что переменные – это все же логические константы. Куайн исходит из того, что выражение $(\forall x)(x = x)$ содержит только логические знаки и поэтому является логической истиной. Философский мотив такого решения прослеживается в предположении, что все истинно числовые утверждения тавтологичны (этой точки зрения придерживались Виттгенштейн и Рамзей). Далее Куайн утверждает, что логическими знаками являются истинностные функции, кванторы, переменные и знак тождества.

Итак, полагая, что ω-аргумент является правильным, Тарский, похоже, не осознавал важности концепции универсума рассмотрения. С теоретико-модельной точки зрения ω-аргумент не проходит, потому что можно построить модель, которая не выполняется для него. Формализуем приведенный выше аргумент Тарского, предположив в качестве универсума рассмотрения множество натуральных чисел. Пусть, далее, W есть свойство быть тождественным с 0 или с некоторым последующим числом. Тогда аргумент представим следующим образом:

A_0 $(0 = 0 \vee \exists y\, (0 = sy))$
A_1 $(s0 = 0 \vee \exists y\, (s0 = sy))$
....
A_n $(sn = 0 \vee \exists y\, (sn = sy))$
//
A $(\forall x)\, (x = 0 \vee \exists y\, (x = sy))$.

Каждая из посылок является тавтологичной. Контрмодель получается, если в качестве универсума рассмотрения берется множество неотрицательных рациональных чисел. $^1/_2$ есть контрпример универсальному обобщению. Другими словами, построение модели, невыполнимой для аргумента, показывает логическую возможность того, что множество посылок не дает полный перечень объектов, входящих в универсальное обобщение. В каждой контрмодели будет “число”, которое не приписывается никакой цифре в аргументе.

Правильность ω-аргументов не вызывает у Тарского сомнений. “С интуитивной точки зрения, – пишет он, – истинность универсального утверждения не вызывает сомнений как следствие истинности всех примеров” [9]. Вопрос заключается в том, почему Тарский не заметил, что этому аргументу можно найти контрпримеры. В этом отношении можно строить различные гипотезы, и существенной частью каждой такой гипотезы будет философская подоплека. В какой степени философские мотивы способствовали выработке того или иного взгляда, всегда представляется вопросом спорным. Сам Тарский был намеренно неопределен в отношении философских оснований собственных логических конструкций. В весьма интересной работе Х.Сагулло выдвинуто несколько связанных с этим догадок, каждая из которых порождает массу вопросов [10].

Прежде всего, аргумент можно представить в виде импликации, антецедентом которой будет конъюнкция посылок, а консеквентом – заключение. Вопрос состоит в том, какого рода эта импликация. Как известно, материальная импликация полностью определена истинностными значениями антецедента и консеквента (как это видно из таблиц истинности для импликации). В то же время логическое следование требует лишь того, чтобы не было одной ситуации – истинной посылки и ложного заключения, оставляя неопределенными остальные ситуации.

Что касается ω-аргумента, то он является правильным при понимании его как материальной импликации, так как если все его посылки истинны, тогда каждый пример заключения истинен, и если каждый пример заключения истинен, тогда заключение истинно. Заключение истинно, если и только если все его примеры истинны. В самом деле, заключение материально эквивалентно множеству посылок. Но при обсуждении кодификации математического дискурса речь идет о логическом следовании, которое часто именуется "формальным следованием" в отличие от "материального следования". Могло ли быть так, что Тарский спутал материальную правильность аргументов с логической их правильностью? Само предположение подобного рода кажется абсурдным в отношении мыслителя такого ранга, как Тарский.

Однако можно предположить, что есть такие ситуации, в которых невозможно провести различие между двумя этими видами правильности аргументов. В частности, Тарский полагал, что именно такое положение дел будет иметь место, если все термины языка объявить логическими терминами. Например, он утверждает следующее: "Кажется вполне возможным включить в число логических терминов такие термины, которые обычно считаются внелогическими, без таких следствий, которые могли бы привести к противопоставлению с обыденной практикой. В крайнем случае мы могли бы считать все термины языка логическими. Тогда концепция формального следования совпала бы с концепцией материального следования" [11]. В отношении данного пассажа прежде всего возникает вопрос, можно ли объявить все термины языка логическими. Кроме того, даже если это можно сделать, действительно ли материальное следование будет совпадать с логическим?

Рассмотрим вопрос о возможности объявления всех терминов языка логическими. Сам Тарский был настроен весьма скептически в отношении объективности деления терминов языка на логические и нелогические. "В основе всей нашей конструкции, – писал он, – лежит разделение выражений языка на логические и нелогические. Это разделение определенно не является совершенно произвольным: если бы мы к логическим терминам не относили, например, знаки импликации или кванторы, приведенное определение следования могло бы привести к последствиям, явно противоречащим обыденной интуиции. Однако, с другой стороны, я не знаю никаких объективных точек зрения, которые позволили бы провести точную границу между обеими категориями терминов. Наоборот, у меня складывается впечатление, что – не нарушая явно обыденной интуиции – к логическим терминам можно причислить и такие термины, которые логики к этой категории не причислят" [12].

Процитируем еще одно рассуждение Тарского по этому поводу: «Мы можем определить "логические термины", например, перечислением, но понятно, что всегда есть бесконечно много эквивалентных форм, в которые можно облечь то же самое определение. Верно и то, что мы можем рассмотреть даже такую возможность, когда есть несколько неэквивалентных определений "логических терминов". Например, иногда мне удобно включать математические термины, подобно $\in$-отношению, в класс логических терминов, а иногда я предпочитаю ограничиться в этих терминах "элементарной логикой". Не вижу в подобного рода решениях никакой проблемы» [13].

Итак, если решение о том, что термин является логическим, зависит от прагматических соображений, то вполне допустима ситуация, когда все термины можно объявить логическими. Но помогает ли это решение в отождествлении материального и логического понятий следования? Очевидно, в данном вопросе Тарский ошибался. Рассмотрим такой контрпример, в котором есть только "общепринятые" логические термины, дабы не усложнять рассмотрение возможностью совсем уж произвольного "назначения" логическими терминами неподходящих для этой роли знаков. В качестве контпримера выступает аргумент, не содержащий нелогических констант; он является правильным материально, но неправилен логически.

Рассмотрим язык квантификации с тождеством, интерпретированным на универсуме натуральных чисел. Пусть имеются посылка “имеется точно два числа” и заключение “имеется по крайней мере одно число”:

$$\exists x\ \exists y\ \exists z\ (x = y \vee y = z)$$
$$//\quad \forall x\ \ \forall y\ (x = y).$$

Поскольку посылка ложна, этот аргумент материально правилен. Однако легко показать, что он логически неправилен (рассмотрим универсум с двумя индивидами). Отсюда ясно, что Тарский действительно не учитывал, что универсум рассмотрения можно варьировать.

Однако ω-аргумент может оказаться правильным при определенном выборе некоторых выражений в качестве логических констант. Например, Этчеменди предположил, что если цифры и выражение “натуральное число” включены в множество логических терминов, тогда ω-аргумент окажется правильным [14]. Но тогда придется признать, что выбор логических констант не является делом конвенции: коль скоро признается правильность ω-аргумента, тогда надо признать, что для такой правильности требуется специфический подбор логических констант. Больше того, каждый набор констант приводит к определенной концепции логического следования. Все такие концепции теоретически могут различаться между собой. Другое дело, что мы не заинтересованы в произвольной концепции логического следования и, стало быть, не заинтересованы в произвольном выборе логических констант. Мы полагаем, что такой выбор должен согласовываться с нашей интуицией и дотеоретическими концепциями логического следования. Именно эта стратегия провозглашается самим Тарским, – он заинтересован в такой концепции, которая отвечала бы математическим потребностям.

Вообще, часто говорят о стандартном наборе логических констант, поскольку именно этот набор отвечает “стандартным” аргументам, хотя понятие стандартного аргумента весьма расплывчато. Но в любом случае включение в набор “необычных” констант сильно влияет на понятие логического следования. Похоже, именно это имеет место в случае ω-аргумента Тарского. Если прав Этчеменди, то включение в множество логических констант цифр и выражения “натуральное число” есть нечто большее, чем простое конвенциональное деление языка на логические и нелогические символы.

Сагулло высказывает интересное предположение исторического толка [15]. Он считает, что Тарский, настаивая на правильности ω-аргумента, на самом деле имел в виду не логику первого порядка, а логику высших порядков, ориентируясь при этом на систему Principia Mathematica. Действительно, определенное время Тарский в философском отношении склонялся к логицизму. А для логициста любое предложение, в котором формулируется свойство чисел, или кванторное предложение, если истинно, то оно логически истинно. Если принять логицизм Тарского серьезно, тогда решается и другая проблема с ω-аргументом. Карнап в духе логицизма полагал, что число объектов в мире представляет собой логический вопрос. Другими словами, каждое материально истинное кардинальное предложение также логически истинно и каждое материально ложное кардинальное предложение ложно логически. Если Тарский был логицистом, тогда обвинение в том, что он спутал материальное следование и следование формальное, будет неоправданным.

Таким образом, очевидны расхождения между определением правильного аргумента у Тарского в случае ω-аргумента и теоретико-модельным подходом. Однако Г.Рэй полагает это расхождение несущественным, поскольку выбор логических констант можно согласовать с теоретико-модельным подходом просто с помощью подходящего формального инструмента, определяющего статус выражения языка в качестве логической константы [16]. Такого рода инструмент есть обобщение понятия конвенции. Как полагает Рэй, именно это было сделано Тарским позднее в работе "Что такое логические понятия".

Тем не менее данный вид расхождения невинен, так как он полностью зависит от терминов, которые мы берем в качестве фиксированных. Таким образом, если нам суждено быть предусмотрительными или же если мы вынуждены окончательно выбирать логические константы, то мы могли бы согласовать подход Тарского с теоретико-модельным подходом просто путем соответствующего выбора терма функции. На наш взгляд, именно это делается Тарским в его работе 1966 г., когда он классифицирует термины 0, N, S как нелогические. В этом случае нет причин полагать, что подход Тарского и теоретико-модельный подход различаются. И уж ни в коем случае они не являются несовместимыми. Г.Шер показала, что нам даже не нужно отказываться от ω-полноты, для того чтобы сформулировать индуктивный вывод в логике второго порядка.

Примечания

1. См.: *Tarski A*. O pojeciu wynikania logicznego // Przeglad filosoficzny. – Warszawa, 1936. – R. xxxix, z. 1. – S. 58–68 (*Тарский А*. О понятии логического следования / Пер. Б.Т.Домбровского. Рукопись).

2. См.: *Tarski A*. What are logical notions? // History and Philosophy of Logic. – 1986. – V. 7. – P. 143–154.

3. См.: *Etchemendy J.* The concept of logical consequence. – Harvard Univ. Press, 1990.

4. См.: *Sher G*. The bounds of logic. – Cambridge, 1991.

5. *Tarski A*. O pojeciu wynikania logicznego.

6. *Линдон Р*. Заметки по логике. – М., 1968.

7. *Quine W.V*. On ω-inconsistency and so-called axiom of infinity // Journal of Symbolic Logic. – 1953. – V. 5, No. 2.

8. См.: *Черч А*. Введение в математическую логику. – М., 1960. – С. 20.

9. *Tarski A*. Some observations on the concept of ω-consistency and ω-completeness // Logic, Semantics, Metamathematics. – Indianopolis, 1983. – P. 294.

10. См.: *Saguillo J*. Logical consequence revisited // Bulletin of Symbolic Logic. – 1997. – V. 3, No. 2. – P. 216–241.

11. *Tarski A*. O pojeciu wynikania logicznego.

12. Ibid.

13. Цит. по: *White M*. A philosophical letter of Alfred Tarski // Journal of Philosophy. – 1987. – V. LXXXIV, No. 1. – P. 29.

14. См.: *Etchemendy J*. The concept of logical consequence.

15. См.: *Saguillo J*. Logical consequence revisited.

16. См.: *Ray G*. Logical consequence: A defence of Tarski // Journal of Philosophical Logic. – 1966. – V. 25.

Институт философии и права
СО РАН, г. Новосибирск

Tselishchev, V.V., and A.V.Bessonov. **The concept of logical consequence and ω-argument in Tarski's theory**

The concept of logical consequence of Tarski is critisized. Several objections to the theory are discussed with use of counterexamples. Main attention is devoted to the so-called omega-argument as an admissible way of making conclusion.