

**«РАСЩЕПЛЕНИЕ» НУЛЯ:  
ОТ АБСТРАКТНОГО К КОНКРЕТНОМУ**

*О.В. Шарыпов*

В отличие от «фельетонного» стиля заметки С.С.Кутателадзе (опубликованной в одном из предыдущих выпусков журнала за 2004 г.), письмо академика Ю.Г.Решетняка выдержано в духе хотя и острой, но тем не менее научной дискуссии, принятом в нашем профессиональном сообществе. В ответ я прежде всего должен сказать, что искренне сожалею, если какие-либо эпизоды моих текстов вызывают у профессиональных математиков впечатление, будто я хотя бы в малейшей мере пытаюсь «собрать урожай» на их поле. Я всегда считал, что разработкой новых математических *теорий* способны полноценно заниматься исключительно специалисты. Полученные нами результаты ни от моего лица, ни от лица Института философии и права СО РАН никогда не были где-либо представлены в форме *математического* «открытия», которое нам теперь рекомендуется «дезаурировать».

Кратко отвечая на высказанные замечания, хотелось бы подчеркнуть, что я никогда не представлял актуальный нуль как простую («механическую») замену нуля поля действительных чисел ( $R$ ). По моему мнению, корректное математическое использование этого понятия было бы возможно лишь вкупе с соответствующим пересмотром (обобщением) аксиоматики, т.е. на основе множеств, нетривиальным образом отличных от  $R$ . Для меня совершенно очевидно, что без этого нельзя ожидать расширения возможностей математического аппарата. В частности, я во многом разделяю мнение уважаемого автора письма о том, что результаты В.Л.Рвачева, представленные в процитированной статье из «Докладов РАН», на самом деле не могут претендовать на принципиальную новизну с *математической* точки зрения.

(В дискуссиях с коллегами я не раз приводил аргумент об изоморфизме  $R$  и множества, рассматриваемого в данной статье академиком В.Л.Рвачевым.)

Если отвечая на вопрос автора письма, попытаться конкретизировать, о каких множествах идет речь, когда говорится об актуальном нуле, то совершенно очевидно, что это числовое множество, параметризующее значения таких физических величин, как протяженность и длительность. Не случайно мой ответ на заметку С.С.Кутателадзе так и был озаглавлен: «Фундаментальная длина – физический референт актуального нуля». Сейчас для параметризации значений любой физической величины (в том числе и протяженности) принято использовать множество  $R$ . Это приемлемо, пока рассматриваемые значения физической величины далеки от своего инвариантного предела, т.е. «достаточно малы» или «достаточно велики». Например, если скорость инерциальной системы отсчета  $v$  гораздо меньше инвариантной скорости (скорости света в вакууме  $c$ ), то работает классическая механика и вполне допустимы расчеты с использованием числового множества, «ограниченного» лишь потенциальной бесконечностью ( $\infty$ ). На более глубоком уровне описания реальности (специальная теория относительности) при  $v \sim c$  понятие потенциальной бесконечности в отношении скорости становится с точки зрения физики *принципиально* неприменимым. Зато в теории появляется инвариантная предельная величина  $c$  (недостижимая в рамках мира вещественных объектов), которую можно понимать как физический референт актуальной бесконечности. Несмотря на упомянутый выше изоморфизм множеств, физики все-таки пользуются именно тем числовым множеством и той арифметикой, которые рассмотрены в статье В.Л.Рвачева, и никому из них не приходит в голову воспользоваться известным отображением, переводящим  $c$  в  $\infty$ . И дело тут вовсе не сводится к «конвенции» или «удобству»: просто пришлось бы переходить к *другой* физике – создавать совершенно другие теории, радикально изменяя физическую картину мира!

Приведенный пример, в частности, показывает, что процесс познания мира, восхождения от абстрактного к конкретному может сопровождаться «расщеплением» и уточнением фундаментальных понятий, казавшихся «единицами» и незыблемыми: бесконечно большое приходится подразделять на количественно «ограниченное» и «не ограниченное» (или, может быть, точнее – «оконечное» и «не око-

неченное»), применяя для описания реальности то или иное с учетом требований естествознания.

Подобная (но не идентичная) ситуация, по-видимому, характерна в настоящее время и для изучения структуры физического пространства-времени. На масштабах, сравнимых с планковской длиной, физические соображения не допускают произвольных «бесконечно малых» протяженностей в духе современных стандартных и нестандартных математических теорий, описывающих свойства континуума. Нуль – тоже бесконечно малая (предельно малая) величина [1], ему присуща определенная инвариантность. «Расщепляя» классическое понятие нуля, можно попытаться конкретизировать данную абстракцию с целью последующей адекватной формализации физического понятия фундаментальной длины [2]. Допустим, что, в противоположность «потенциальному нулю», актуальный нуль характеризуется определенным количеством, обладая при этом свойством инвариантности (т.е. качеством абсолютной величины). Тогда он в принципе подходит в качестве формального образа фундаментальной длины. При этом специфика потенциального нуля заключается в том, что он символизирует «отрицание материальности», является образом «пустоты» и не может быть осмысленно сопоставлен какой-либо физической протяженности, понимаемой в качестве фундаментальной характеристики реальности.

Интересно, что алгебра как будто «не замечает» этого принципиального момента. По-видимому, со времен Декарта, заменившего числа символами, принято абстрагироваться от количественной определенности (индивидуальности) величин, учитывая групповые и другие свойства, не зависящие от индивидуальных характеристик элемента. Со столь абстрактных позиций выглядит неважным, какому «материальному количеству» соответствует нулевой элемент множества, какой вид имеют арифметические действия и т.п. Но сама аксиоматика поля действительных чисел не абсолютна, являясь, по-видимому, следствием конкретного исторического и логического пути изучения свойств этих чисел, «сконструированных» по определенным правилам, с использованием определенных базовых понятий (в том числе понятия нуля как «пустоты», «небытия»), с наложением определенных требований симметрии и т.д. Поэтому, на мой взгляд, введение в научный обиход абстракции актуального нуля [3] может привести к необходимости заново пройти путь от «конструирования» чисел до создания соответствующей развитой алгебраической структуры.

Каковы будут ее свойства, аксиомы? В достаточной мере заранее предугадать это невозможно. Некоторые «наивные» соображения говорят в пользу того, что метрика и топология пространства с актуально-нулевым элементом могут отличаться от применяемых сейчас характеристик континуума [4]. В своих работах я пытался приводить некоторые аргументы в пользу отсутствия взаимно однозначного соответствия между  $\mathbb{R}$  и гипотетическим числовым множеством с актуальным нулем. Возможно, эти не вполне строгие с математической точки зрения аргументы не имеют решающего значения, но тем не менее я не могу принять основную часть приведенных в письме критических замечаний, которая основана на априорных утверждениях об изоморфизме этих множеств.

Что касается упреков уважаемого автора письма в отношении точности используемой терминологии, то здесь, на мой взгляд, необходимо учитывать, что рассматриваемые тексты вовсе не являются математическими, а используемые термины имеют широкое применение. Трактовка со специально-математических позиций некоторых используемых терминов (как, например, «множество» или «недостижимый нижний предел») все же не вполне правомерна. Основной смысл, вкладываемый мною в формулировки тех или иных положений, как мне представляется, ясен в целом из контекста, причем настолько, насколько это принято в научной литературе, относящейся к соответствующим дисциплинам. Полной математической корректности, по-видимому, следует требовать только от публикаций, претендующих на получение математических результатов. Тем не менее я приношу свои извинения всем читателям-математикам, если неволью в чем-то задел их профессиональные чувства. Я стремился лишь к тому, чтобы представить, по возможности, более разноплановый обзор и анализ философско-методологических проблем, возникающих в связи с принятием гипотезы о существовании фундаментальной длины как одной из мировых постоянных (и понятие актуально-нуля в этом вовсе не является основополагающим). Поэтому критика моих текстов со стороны математиков хотя и способствует уточнению некоторых важных моментов, все же, на мой взгляд, не относится к существу полученных результатов.

Я признателен академику Ю.Г.Решетняку за то, что он счел возможным уделить значительное время критическому разбору некоторых аспектов моих работ. Разумеется, я постараюсь в дальнейшем учесть его мнение и замечания. К сожалению, сейчас вообще нечасто

удается встретить живой интерес к работам по философии и методологии естествознания. Яркое подтверждение тому – почти повсеместное прекращение работы философско-методологических семинаров в институтах СО РАН. Я всей душой ратую за их возрождение, хотя бы с целью расширения междисциплинарного обмена новыми научными идеями и достижениями, лучшего взаимопонимания между представителями различных наук.

### Примечания

1. Убедительно прошу математиков не рассматривать эту фразу как попытку непрофессионала дать «новое определение» нуля.

2. Говоря об инвариантности фундаментальной длины, я всюду подразумеваю свойство постоянства (абсолютности) этой величины как одной из мировых постоянных относительно *выбора инерциальной системы отсчета*. В рамках релятивистских и квантово-релятивистских физических теорий это свойство математически выражается инвариантностью относительно преобразований Лоренца. Следует, однако, учитывать, что фундаментальная длина в принципе не рассматривается этими теориями и ее инвариантность может быть описана только на основе *других* преобразований (которые в духе принципа соответствия должны сводиться к преобразованиям Лоренца, если пренебречь этой величиной). Поэтому *я не вижу* того противоречия, о котором говорится в письме Ю.Г. Решетняка. К этому можно добавить, что постулируемое свойство инвариантности фундаментальной длины не позволяет рассматривать ее просто как «некоторую постоянную, имеющую размерность длины», вопреки мнению уважаемого автора критического письма.

3. Основания для введения этого понятия связаны, конечно, не с математикой самой по себе, а исключительно с философско-методологическими аспектами анализа развития естествознания. Весьма примечательно, что в свежем научно-популярном обзоре (см.: *Ли Смолин. Атомы пространства и времени // В мире науки. – 2004. – № 4. – С. 48–57*), посвященном развитию теории петлевой квантовой гравитации, по существу, приводится используемое нами определение понятия актуального нуля: «Рассмотрим область пространства, ограниченную сферической оболочкой... В соответствии с классической (неквантовой) физикой ее объем может выражаться любым действительным положительным числом. Однако, согласно теории петлевой квантовой гравитации, существует отличный от нуля абсолютный наименьший объем (примерно равный кубу длины Планка, т.е.  $10^{-99}$  см<sup>3</sup>)...». Подчеркнем, что в приведенном высказывании автор выражает идею об ограниченной применимости множества действительных чисел, основанную на предпосылках онтологического характера. В концентрированном виде эти предпосылки были сформулированы в 1988 г. В.В. Коруховым в форме *hcG*-принципа, который лежит в основе нашего подхода к анализу философско-методологических проблем современной физики. Очевидно, что данные представления к настоящему времени уже довольно прочно вошли в научный обиход физиков-теоретиков, вопреки «осторожному консерватизму» и критическому настрою части математиков.

4. На предельно малых масштабах привычные континуалистские представления о геометрических свойствах фигур должны существенно трансформироваться вследствие наличия инвариантных «квантов» протяженности. Попытки рассмотрения на этих масштабах идеализированных геометрических построений (т.е. построений, осуществляемых с помощью классических прямых, отрезков и т.п.) приводят к необычным заключениям. На одно из них обращает свое внимание Ю.Г. Решетняк. Если представить себе *равнобедренный* треугольник, в основании которого лежит отрезок с длиной, равной актуальному нулю протяженности, то получится, что из «концов» этого отрезка проведен *перпендикуляр* к каждой из боковых сторон, обеспечивающий кратчайшее расстояние от точки до прямой. Тем самым такой треугольник приходится назвать прямоугольным, допустив факт *равенства* катета и гипотенузы. С точки зрения континуума с евклидовой метрикой налицо очевидное логическое противоречие. Однако этот частный вывод не выглядит априори неприемлемым, если допустить, что метрические свойства пространства зависят от рассматриваемого масштаба, т.е. соответствующие математические выражения учитывают предельную малую протяженность. Такое пространство следовало бы охарактеризовать как «искривленное в малом». В предельном случае больших масштабов оно вполне могло бы соответствовать классическому плоскому (или искривленному) пространству. В связи с этим небезынтересен факт, что к утверждению о равенстве катета и гипотенузы на предельно малых масштабах тысячелетия назад пришли математическим путем представители пифагорейства, пытаясь обосновать соизмеримость диагонали и стороны квадрата во имя спасения важнейшего пункта своего философского учения, гласившего, что «единица – начало всего» (см.: *Камельчук Е.Н.* Первый кризис оснований математики и пифагорейская философия // *Философия науки.* – 2002. – № 1 (12). – С. 3–25).

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе  
СО РАН, Новосибирск