

КАТЕГОРИИ В ФИЛОСОФИИ И МАТЕМАТИКЕ

В.И. Разумов, В.П. Сизиков

Категории впервые упоминаются в философии в изложении учения Пифагора, а также у Платона. Отсюда можно заключить об исходном присутствии в них философского и математического смыслов. В дальнейшем, не прерываясь, развивалась традиция работы философии с категориальным знанием. Однако нечеткость представлений философов о важнейшем компоненте философствования – категории, неразвитость как таковой теории категориального мышления привели к кризисному состоянию в понимании того, что такое «категория». На это указал Б. Рассел. Работая над историей европейской философии, он признался, что «никогда не был в состоянии понять, что подразумевается под словом “категория” у Аристотеля, у Канта и у Гегеля (глава «Логика Аристотеля»)» [1].

Ситуация становится еще более острой, когда в середине XX в. возникает математическая теория категорий и функторов [2]. Развитие данного направления в математике никакого отношения к пониманию категорий философами не имеет. В этой ситуации проявляется глубина рассогласования двух фундаментальных, возникших с формированием рациональной культуры одновременно и длительное время развивавшихся вместе отраслей знания. Ни математики не проявили интереса к философским наработкам в области категорий, ни философы не обратились к критике математических находок в понимании категорий. С учетом сказанного представляется, что тема категорий оказывается важнейшей в понимании перспектив интеграции философии и математики на современном уровне.

После краткой историко-философской справки обсуждение проблемы категорий проведем следующим образом. Во-первых, проследим эволюцию развития категориально-системной методологии (КСМ) [3] в направлении от философии к математике. Во-вторых,

представим, как развитое в КСМ понятие категорий получает математическую интерпретацию и с учетом этого формируется математическая теория динамических информационных систем (ДИС, ТДИС) [4]. В-третьих, учитывая возможности последующего синтеза с философскими концепциями, изложим основы понимания категорий в математике. В-четвертых, покажем продуктивность подхода к разработке категорий в ТДИС, где изначально заложены идеи согласования философии и математики.

В истории употребления категорий в философии выделим три этапа: 1) применение категорий для обозначения смыслообразов, основных идей (Гераклит, пифагорейцы, Эмпедокл, Платон и неоплатоники, а также философы Древней Индии и Древнего Китая); 2) употребление как выражений для родов знания и грамматических структур (Аристотель); 3) употребление как категориальных схем (КС), управляющих мышлением (И. Кант, Г. Гегель, С.Н. Булгаков [5]). Эти подходы проявляют себя и в современной интеллектуальной культуре. В неявном виде за категориями закреплён статус наиболее общих понятий (родов знания), отражающих универсальные свойства бытия. Однако онтологический акцент в понимании категорий не обоснован и не подкрепляется их эпистемологической и логико-методологической проработкой; представление о категориях и КС как об образованиях, управляющих мышлением, пока остается декларацией.

Интересный в научном и дидактическом отношении перечень подходов к категориям приводят А.В. Иванов, В.В. Миронов. Но ставя акцент на культурно-содержательной, синтетической их функции, они только в очередной раз заявляют о возможностях категориального мышления в отечественной философской традиции [6]. Тема категорий, например, в журнале «Вопросы философии» за период 2000–2006 гг. ни разу не обсуждалась специально.

Претендуя на математизацию философии, укажем соответствующие этапы такого пути:

1) использование категорий в рациональной традиции интеллектуальной культуры и оценка их логико-методологического потенциала;

2) наработки в развитии категориального аппарата в КСМ и ТДИС в аспектах синтеза систем;

3) примеры употребления КС в решении исследовательских задач разного плана с обзором и оценкой результатов;

4) проект развития философской логики и математической философии на основе интерпретации категориального аппарата КСМ и ТДИС [7] в терминах генетически обусловленных структур [8].

Начнем с примеров употребления категорий в теоретическом знании. Выявим парадокс категориального мышления: серьезное внимание, уделяемое категориальному аппарату со стороны различным образом ориентированных специалистов, сочетается со слабой операционально-логической проработкой категорий в аспектах определения категорий, формирования КС и операций над ними. В.С. Степин, анализируя теоретические и эмпирические схемы познания, демонстрирует, что в основе фундаментальных теорий лежит конструкция, достаточно простая по числу взаимодействующих в ней компонентов [9]. Аналогичный подход к анализу роли категорий в образовании научных теорий разрабатывал А.Т. Артюх [10]. На основе элементарной категориальной структуры возможно выявление нескольких аспектов исследования, но она есть не только существенная редукция относительно физики реального процесса, – такая конструкция и не включает в себе самостоятельной онтологии, не рассматривается, к примеру, как носитель информационного процесса определенного типа.

Для изученных в истории и философии науки схем не предусмотрен специальный аппарат их развертывания, детализации. А.Я. Гуревич, анализируя универсалии средневековой культуры, приводит перечень категорий, в которых трубадур воспеваает свои чувства к возлюбленной [11]. С их помощью можно восстановить культурный контекст, но не живое любовное отношение. Это отношение не передать простым списком из небольшого числа категорий, а сложную деятельность – их ограниченным набором. В принципе, этим путем пытались идти многие авторы, стремившиеся на основе категорий построить аппарат диалектической логики [12].

КСМ использует элементы диалектики, дополняя их системно-кибернетическими представлениями, а это, во-первых, позволяет дать возможность сопроводить методы категориального мышления схемами, во-вторых, довести операциональный уровень КС КСМ до уровня решения задач предформализации знания, в-третьих, все классы КС КСМ доступны для совершенствования за счет подключения к их развитию аппарата современной математики. Свидетельством выступает формирование ТДИС, которая не только опиралась при своем становлении на КСМ, но и уже в развитом состоянии использует

приемы КСМ на уровне представления объекта исследования, категоризации предметной области, интерпретации выводов на уровне метафизики. В свою очередь, развитой аппарат ТДИС при сохранении статуса категории как единицы мысли, согласующей метафизику с математикой, дает возможность усовершенствовать представления об оппозициях, полилогичности, функциях категориальных схем и др. Математизация категориального аппарата позволяет реализовать работу с КС на уровне имитационного подхода в виде представления системы знаний в ранге сети ДИС-компьютеров [13]. Такой уровень имитации называется математической философией.

Уместно констатировать сложившуюся в интеллектуальной культуре традицию категоризации знания. Она представляет собой выделение ключевых смыслодержательных единиц – родов знания о родах бытия. Эти принципы, будучи связаны в КС, организуют творческий процесс. В математике подход к категориям выразил опыты дешифровки материала, основанные прежде всего на операциональном аспекте. Профессионализацию и отчасти автоматизацию теоретической деятельности в плане формирования вариантов концепций для различных исследовательских программ можно рассматривать как потребность в синтезе представлений о категориях, развитых почти изолированно в философии и математике, а также практически во всех науках и учебных дисциплинах. Примером выступают разработка категориального аппарата социальной теории, а также начинающаяся дискуссия и проработки по концептуальным основаниям и категориальному аппарату дисциплины «концепции современного естествознания».

Принимая во внимание формирующуюся философскую теорию категорий на языках КСМ и ТДИС [14], попробуем определить место в них представлений о категориях, разработанных в современной математике [15]. С учетом общенаучного статуса ТДИС как метатеории поставленная задача непременно должна быть разрешимой.

Согласно материалам, изложенным в работах С. Макдейна [16], под категорией в математике понимается диаграмма, отображающая факт существования композиции двух последовательных переходов. В случае нескольких последовательных переходов говорят о метакатегории, налагая на серию возникающих при этом композиций еще и свойство ассоциативности. Традиционно в математике переходы являются соответствиями множеств или даже отображениями одних

множеств в другие, а роль композиции играет операция суперпозиции соответствий. Эти соответствия принято изображать направленными стрелками, а операция их суперпозиции заведомо обладает свойством ассоциативности. В общем случае переход может и не быть проинтерпретирован как соответствие, но сути дела это не меняет, а наоборот, указывает на обобщенный, философский смысл категории. Так что для решения поставленной задачи достаточно будет математическую категорию представлять на языке соответствий.

Итак, в математической категории имеем изначально два последовательных помеченных перехода: $f: a \rightarrow b; g: b \rightarrow c$, где a, b, c – объекты из неких областей, – и для этих переходов требуется существование осмысленной композиции $h = g \circ f$ в ранге помеченного перехода: $h: a \rightarrow c$. Интерпретируя объекты a, b, c как элементы неких множеств A, B, C , получим, что для двух последовательных соответствий $f: A \rightarrow B; g: B \rightarrow C$, должно существовать соответствие: $h: A \rightarrow C$, как суперпозиция $h = g \circ f$ исходных соответствий. Таким образом, математическая категория, по сути, выражает факт существования суперпозиции для двух последовательных соответствий, и этот факт обозначается диаграммой, имеющей форму триады [17].

Строго говоря, диаграмма, обозначающая математическую категорию, является не совсем триадой, так как триада предполагает замкнутый цикл из трех направленных переходов: $A \rightarrow B, B \rightarrow C, C \rightarrow A$, а в диаграмме переход $h: A \rightarrow C$ задает противоположную ориентацию. Однако всплывающее здесь расхождение с классической триадой получает преодоление в триаде, понимаемой как элементарная ДИС, имеющая два типа переходов – ведущие и контролирующие [18]. Дело в том, что само условие существования перехода $h: A \rightarrow C$ выполняет именно контролирующую функцию в диаграмме, выступая больше как мысленная проработка по отношению к двум ведущим переходам: $f: A \rightarrow B; g: B \rightarrow C$. Таким образом, диаграмму, обозначающую математическую категорию, правильнее будет рассматривать как часть триады в ТДИС, включающую пару ведущих ребер триады и соответствующее одно контролирующее ребро. Существенно отметить, что такая часть триады уже способна функционировать как ДИС [19], и поэтому она уже правомерно может представить собой осмысленную философскую категорию, которая прописана в имени триады. Другое дело, что при сведении всей триады к одной из ее частей, представляющей математическую категорию, теряется онтологическая осмысленность триады и составляющих

ее компонентов, каковыми являются объекты и выделяющиеся при этом переходы между ними. В частности, математическая категория сама по себе онтологии не выражает.

Итак, противоречия между пониманием категорий в философии и их пониманием в математике нет. Аппарат ТДИС может выступить в ранге инструмента согласования не только философии и математики, но также философии и физики. Необходима онтологическая проработка категорий, в рамках которой выявление стоящей за ними природы позволяет актуализировать роль физики как области, где согласуются математика и философия. Развиваемая синтетическая теория категорий может послужить областью для наработки опыта совместной деятельности представителей различных дисциплин. ТДИС оказывается теорией, обеспечивающей трансфер знания между математикой и философией, со стороны математики в ТДИС прорабатываются операциональные аспекты действия с категориями, со стороны философии в ТДИС осмысливаются онтологические аспекты категорий.

Полная онтологически осмысленная категория, представленная триадой, может покрываться тремя математическими категориями, включенными в триаду, чередуя замыкающее соответствие как $A > C$, $C > B$, $B > A$. Каждая из математических категорий выступает проекцией онтологически осмысленной категории, а синтез этих трех проекций позволяет полнее изучить саму онтологически осмысленную категорию. В этом состоит существенная польза от изучения и применения математических категорий. Однако ответить на вопрос о том, как осуществить синтез трех проекций, чтобы полно восстановить требуемую онтологию, сама математика все же не может. Непомерные надежды на мощь математики уже привели к ситуации, когда специалисты отошли от заботы о развитии собственного содержательного языка исследуемой ими предметной области. Это ярко проявляется на примере физики.

Глобализация, экологический кризис, выход на технологии нового поколения и на новые источники энергии требуют от интеллектуальной культуры начала XXI в. перехода от стратегий анализа к стратегиям синтеза. Прежде всего это касается синтеза математики, физики, философии [20]. Решать задачи перевода интеллектуальной культуры на такие стратегии необходимо по разным направлениям, но одним из важнейших среди них является комплексное изучение категорий.

Примечания

1. Цит по.: *Целищев В.В.* Предисловие редактора // Рассел Б. История западной философии: В 3 кн. – Новосибирск: Сиб. унив. изд-во, 2003. – Кн. – С. 8–16. С. 14.
2. См.: *MacLane S.* Groups, categories, and duality // Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. – 1948. – V. 34. – P. 263–267; *Маклейн С.* Категории для работающего математика / Пер. с англ. под ред. В.А. Артамонова. – М.: Физматлит, 2004. – 352 с.
3. См.: *Разумов В.И.* Категориально-системные методы в подготовке ученых: Учебное пособие. – Омск: Омск. гос. ун-т, 2004. – 277 с. [Электронный ресурс]. Режим доступа: www.ic.omskreg.ru/~cognitiv/.
4. См.: *Разумов В.И., Сизиков В.П.* Основы теории динамических информационных систем. – Омск: Омск. гос. ун-т, 2005. – 212 с. [Электронный ресурс]. Режим доступа: newasp.omskreg.ru/tdis/.
5. См.: *Булгаков С.Н.* Философия хозяйства. – М.: Наука, 1990. – С. 32.
6. См.: *Иванов А.В., Миронов В.В.* Университетские лекции по метафизике. – М.: Современные тетради, 2004. – 647 с.
7. См.: *Разумов В.И., Сизиков В.П.* Развитие философской логики и математической философии с примером анализа категорий И. Канта // Философия: история и современность. – Новосибирск; Омск, 2005. – С. 14–41.
8. См.: *Razumov V.I., Sizikov V.P., Sizikova L.G.* The genetically caused logic structures // The 9th Asian Logic Conference: Abstracts. – Novosibirsk, Russia, 2005. – P. 120–121. [Электронный ресурс]. Режим доступа: www.ict.nsc.ru/ws/ALC-9/index.en.html; *Сизиков В.П., Разумов В.И.* Генетически обусловленные структуры как инструменты логики и организации процессов // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2005. – Т. 12, вып. 4. – С. 1089.
9. См.: *Степин В.С.* Теоретическое знание. – М.: Прогресс-Традиция, 2003. – С. 147–150.
10. См.: *Артюх А.Т.* Категориальный синтез теории. – Киев: Наук. думка, 1967. – 154 с.
11. См.: *Гуревич А.Я.* Категории средневековой культуры. – М.: Искусство, 1984. – С. 28.
12. См.: *Тугаринов В.П.* Соотношение категорий исторического материализма. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1958. – 118 с.; *Барулин В.С.* Отношение материального и идеального в обществе как проблема исторического материализма. – Барнаул: Алт. кн. изд-во, 1970. – 327 с.; *Свидерский В.И., Зобов Р.А.* Проблема синтезирующих категорий и структур в философии и науке // Общенаучные понятия и материалистическая диалектика. – Л., 1982. – Вып. XI. – С. 139–145; *Обухов В.Л.* Системность элементов диалектики. – Л.: ЛГУ, 1985. – 183 с.
13. См.: *Разумов В.И., Сизиков В.П.* Информационные основы синтеза систем: В 3-х ч. – Омск: Омск. гос. ун-т, 2007. – Ч. I: Информационные основы системы знаний. – 264 с.
14. См.: *Разумов В.И.* Категориально-системные методы в подготовке ученых; *Разумов В.И., Сизиков В.П.* Основы теории динамических информационных систем.
15. См.: *MacLane S.* Groups, categories, and duality; *Маклейн С.* Категории для работающего математика.
16. См.: *MacLane S.* Groups...; *Маклейн С.* Категории...
17. См.: *MacLane S.* Groups...; *Маклейн С.* Категории...

18. См.: *Разумов В.И., Сизиков В.П.* Основы теории динамических информационных систем.

19. См.: *Разумов В.И., Сизиков В.П.* Основы теории динамических информационных систем; *Они же.* Информационные основы синтеза систем.

20. См.: *Разумов В.И., Сизиков В.П.* Информационная проработка феномена открытых систем // Журнал проблем эволюции открытых систем. – 2006. – Вып. 8, т. 1. – С. 7–18.

Омский госуниверситет им. Ф.М. Достоевского,
Омский филиал Института математики
им. С.Л. Соболева СО РАН, Омск

Razumov, V.I. and V.P. Sizikov. Categories in philosophy and mathematics

The paper presents key approaches to conception of categories. Although the term «category» is widely used in philosophy, the category theory is far from being perfect; the operational aspects of application of categories are studied yet poorly. The mathematical theory of categories introduced in the middle of the 20th century (S. Mac Lane, 1948) virtually ignores philosophical ideas of categories, ipso facto intensifying the discordance between modern philosophy and modern mathematics. Development of the theory of dynamic information systems shows the possibility to form a synthetic category theory, which integrates philosophy, physics and mathematics and combines ontological sensibility, physical substantiveness and mathematical accuracy.